

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова
Физический факультет
Кафедра теоретической физики

Лохов Алексей Викторович

**Развитие методов математической статистики
и квантовой теории поля
в приложении к физике нейтрино**

(по материалам кандидатской диссертации)

Троицк - 27 декабря 2012

Основные публикации

- Lokhov A.V., Tkachov F.V., Trukhanov P.S. Application of quasi-optimal weights to searches of anomalies. Statistical criteria for step-like anomalies in cumulative spectra // **Nucl.Instrum.Meth.A.** – 2012. – Vol. 686. – P. 162; arXiv:1111.4835.
- Lokhov A.V., Tkachov F.V., Trukhanov P.S. Systematic search for step-like anomalies in the tritium beta-decay spectrum in the Troitsk-nu-mass experiment // **Nucl.Phys.A.** – 2013. – Vol. 897. – Pp. 218-228, arXiv:1204.1908.
- Grigoriev A., Lokhov A., Studenikin A., Ternov A. The effect of plasmon mass on spin light of neutrino in dense matter // **Phys.Lett.B.** – 2012. – Vol. 718. – P. 512.
- Grigoriev A., Lokhov A., Studenikin A., Ternov A. New bounds on neutrino magnetic moment and re-examination of plasma effect in neutrino spin light // **Nuovo Cim.C.** – 2012. – Vol. 035. – P. 57.
- Grigoriev A., Lokhov A., Studenikin A., Ternov A. Neutrino electromagnetic properties and magnetic moment induced transition of neutrino between different mass states // **Nucl.Phys.B. (Proc.Suppl.)**. – 2012. – Vol. 229-232. – P. 447.

Доклады на конференциях и семинарах

- XXI Rencontres de Blois (Blois, France, 2009),
- XLV Rencontres de Moriond (La Thuile, Italy, 2010),
- Ломоносовские чтения - 2010,
- Кварки 2010,
- XXIV International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Athens, Greece, 2010),
- XXII Rencontres de Blois (Blois, France, 2010),
- семинар ОИЯИ (Дубна, октябрь 2010),
- семинар отдела теоретической физики ИЯИ РАН (Москва, 2011),
- XV International School "PARTICLES and COSMOLOGY" (Troitsk, 2011),
- XXIII Rencontres de Blois (Blois, France, 2011),
- 15 Ломоносовская конференция (Москва, 2011),
- 12th International Conference on Topics in Astroparticle and Underground Physics (Munich, Germany, 2011),
- семинар отдела экспериментальной физики ИЯИ РАН (Троицк, 2012),
- 15th INTERNATIONAL MOSCOW SCHOOL OF PHYSICS (Otradnoe, 2012),
- XXV International Conference on Neutrino Physics and Astrophysics (Kyoto, Japan, 2012)

Диссертация состоит из четырёх глав и двух приложений. Текст содержит 26 рисунков и 4 таблицы. Список литературы составляет 145 ссылок.

Актуальность задач

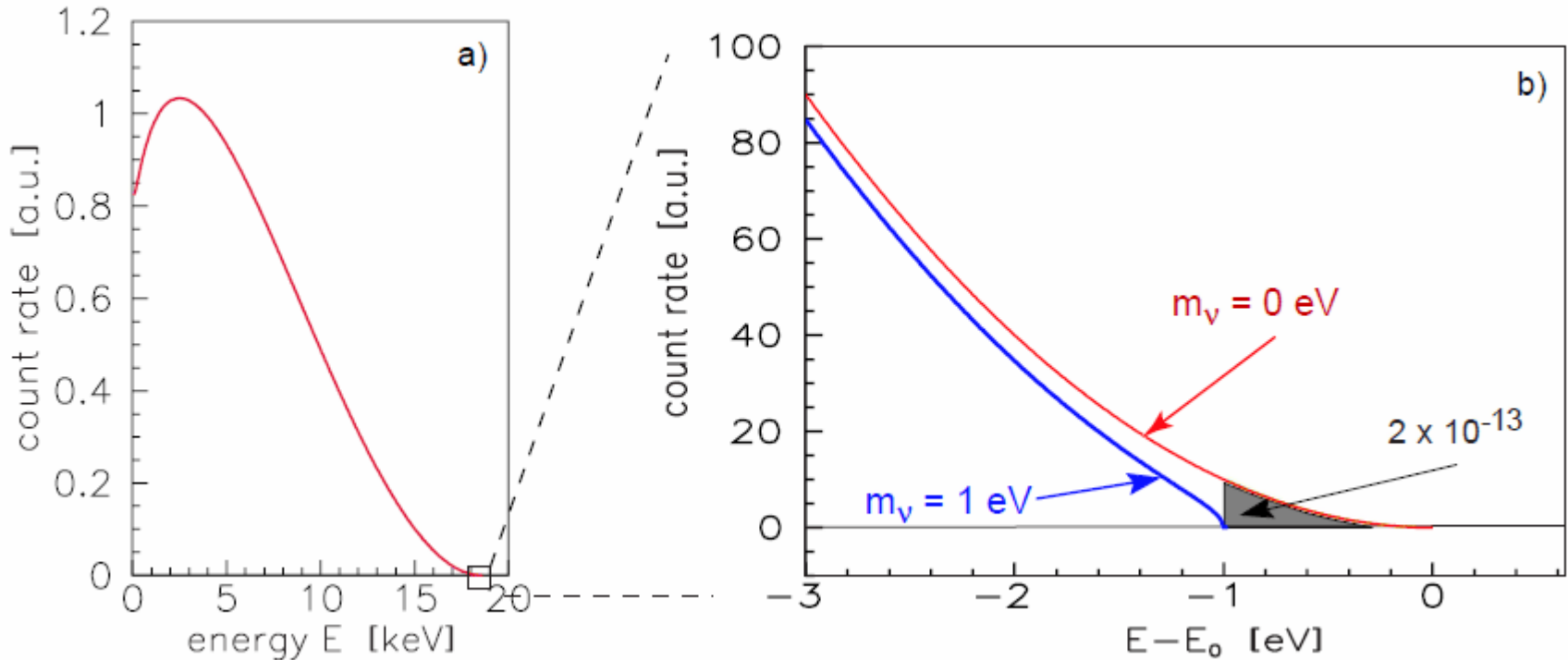
- Систематический поиск аномальных вкладов в интегральных спектрах
 - *Задача возникла из реального эксперимента Троицк-ню-масс, где в течение ряда лет аномалия типа ступеньки не позволяла надежно оценить массу нейтрино.*
 - *Единого способа поиска аномалий не существует; более того, используемые стандартные методы (например, критерий χ^2) оказываются слабо чувствительными к специфическим аномальным вкладам.*
 - *На основе метода квазиоптимальных моментов можно построить общий подход к рассмотрению подобных ситуаций.*
- Учёт априорной информации при построении доверительных интервалов
 - *В экспериментах в физике нейтрино часто измеряются малое число событий в присутствии хорошо определенного фона.*
 - *Во многих случаях оценивается малая величина (дается оценка параметра сверху).*
 - *Важно представлять результаты таких экспериментов в форме, удобной для сравнения.*
 - *Целый ряд рецептов построения доверительных интервалов не позволяет объективно сравнивать результаты даже в рамках одного эксперимента.*
 - *Корректный учёт априорной информации о параметрах распределений можно произвести в рамках так называемого метода предела чувствительности.*

Актуальность задач

- Развитие теории спинового света нейтрино в среде в рамках метода точных решений
 - *Электромагнитные свойства нейтрино открывают целый ряд процессов (радиационный распад, черенковское излучение, спиновый свет).*
 - *Основное применение такие процессы находят в астрофизике и космологии (в условиях больших плотностей и интенсивных внешних полях).*
 - *Спиновый свет нейтрино в среде может стать индикатором определенных астрофизических условий.*
 - *Энергия излучения спинового света релятивистских нейтрино лежит в области гамма-лучей. Детектирование такого излучения может быть указанием на движение нейтрино в плотной среде.*
 - *В эксперименте IceCube получены указания на существование нейтрино сверхвысоких энергий (до 10 PeV).*

- **Статистические критерии для поиска аномалии типа ступеньки в интегральных спектрах**
- Построение доверительных интервалов для дискретных распределений с учётом априорной информации о фоне
- Развитие теории спинового света нейтрино в среде

Спектр электронов в β -распаде

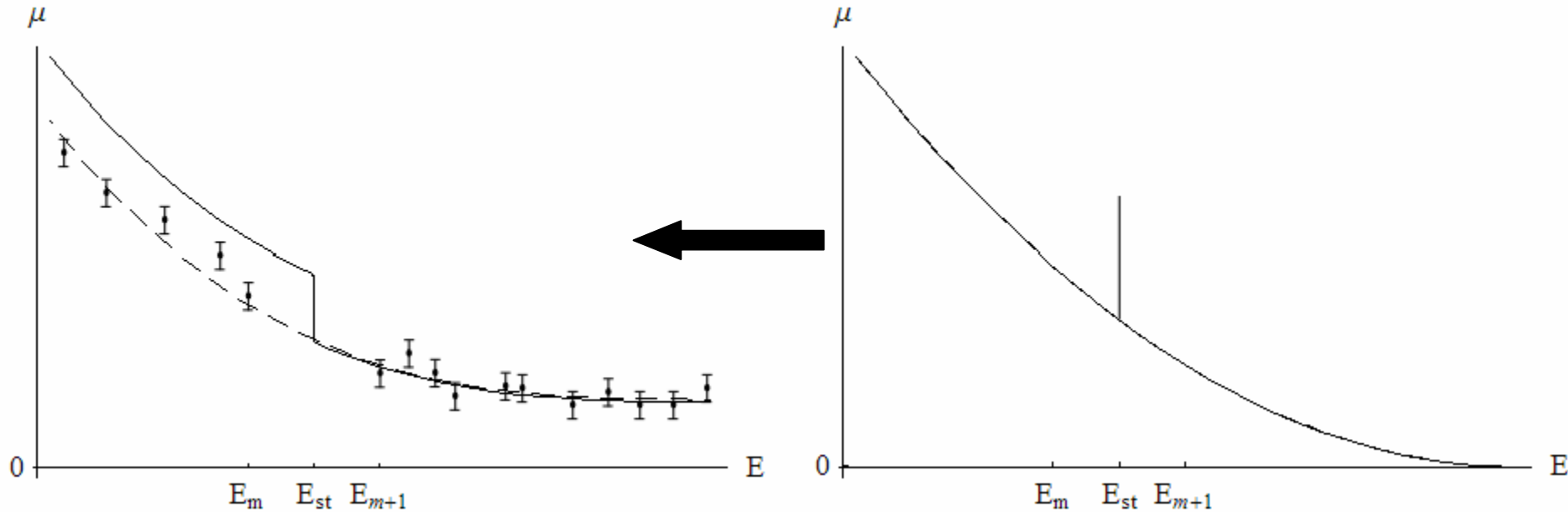


$$\frac{dN}{dE} = C \times F(Z, E) p(E + m_e c^2) (E_0 - E) \left[(E_0 - E)^2 - m_\nu^2 \right]^{1/2} \Theta(E_0 - E - m_\nu)$$

При $(E_0 - E)^2 \gg m_\nu^2$ $\frac{dN}{dE} \sim (E_0 - E)^2$

$$C = \frac{G_F^2}{2\pi^3} \cos^2 \theta_C |M|^2$$

Спектр электронов в эксперименте Троицк- ν -масс



Характерный вид интегрального спектра вблизи граничной энергии

Измеряется спектр $\mu(E)$ для набора значений E_i ($i = 1, \dots, M$). Для каждого E_i измеряется число событий N_i за некоторое фиксированное время.

N_i распределены по Пуассону со средними $\mu_i = \mu(E_i)$.

Фитируются параметры:

N_0 – нормировка спектра

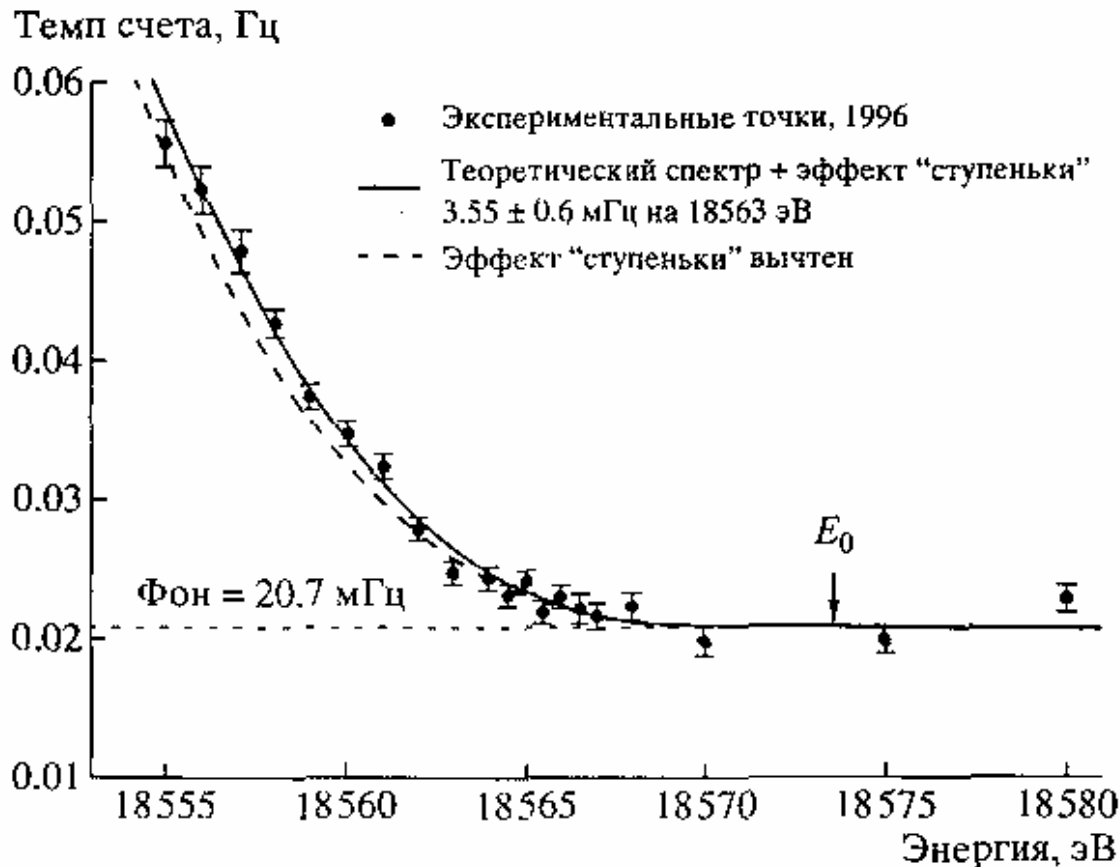
B – фон (константа)

E_0 – граничная энергия

m_ν^2 – квадрат массы электронного антинейтрино

Данные – $\{E_i, N_i, \mu_i\}_q$

Проблема «ступеньки»



Часть β -спектра вблизи граничной энергии E_0

$$\mu'(E) = \mu(E) + \Delta \cdot \theta(E_{st} - E)$$

$\mu(E)$ — спектр без аномалии

Δ — высота ступеньки

E_{st} — положение аномалии

$\theta(E_{st} - E)$ — функция Хевисайда

Без ступеньки:

$$m_\nu^2 \sim -(10 \div 20) \text{ eV}^2$$

После вычитания эффекта ступеньки:

$$m_\nu^2 = -2.3 \pm 2.5_{fit} \pm 2.0_{syst} \text{ eV}^2$$

$$m_\nu < 2.05 \text{ eV}$$

Проблема «ступеньки»

- в рамках первой обработки данных возникла необходимость вводить дополнительные параметры
- вторая обработка с помощью метода квазиоптимальных весов, специально оптимизированного для данной задачи + более точная теоретическая модель установки: физически разумный результат без введения ступеньки
- во второй обработке введение дополнительных параметров не потребовалось
- вопрос о наличии ступеньки остаётся открытым, так как фит недостаточно чувствителен к наличию в спектре ступеньки

Необходимы специальные статистические критерии, чувствительные к аномальным вкладам типа ступеньки

Статистические критерии

Мера отклонения выборочной функции распределения от теоретической

$S(\{N_i\})$ - критерий = функция данных

Выбираем критическое значение S_0

$S(\{N_i\}) \leq S_0$  Данные согласуются с гипотезой

$S(\{N_i\}) > S_0$  Гипотеза отвергнута опытом

Стандартные критерии

Статистика критерия Хи-квадрат:

$$\chi^2 = \frac{1}{M-1} \sum_i \xi_i^2, \quad \xi_i = \frac{N_i - \mu_i}{\sqrt{\mu_i}}$$

Модификация критерия Колмогорова-Смирнова
(критерий *типа* Колмогорова-Смирнова)

Переходим к нормализованным остаткам $N_i \rightarrow \xi_i = \frac{N_i - \mu_i}{\sqrt{\mu_i}}$

Статистика критерия *типа* Колмогорова-Смирнова:

$$D = \max_i |F_0(\xi_i) - S_i|$$

$F_0(\xi)$ – теоретическая функция
распределения величины ξ

S_i – выборочная функция
распределения величины ξ

➔ Стандартная процедура проверки гипотез:

H0: высота ступеньки $\Delta=0$

H1: высота ступеньки $\Delta>0$

Локально наиболее мощный (ЛНМ) критерий

ЛНМ критерий строится на основе метода квазиоптимальных моментов. Пусть данные отфитированы в предположении нулевой гипотезы, получены оценки средних μ_i . Положение ступеньки в спектре будем полагать известным.

$$f_i(N) = \frac{\mu_i'^N e^{-\mu_i'}}{N!} \quad \text{– распределение числа событий (с учётом ступеньки)}$$

$$\mu_i' \rightarrow \begin{cases} \mu_i + \Delta_-, & i > m \\ \mu_i + \Delta_+, & i \leq m \end{cases}$$

Точка с номером m близка к предполагаемому положению ступеньки

$$E_m \leq E_{st} < E_{m+1}$$

Для оценки параметров Δ выпишем оптимальные веса:

$$\omega_i^+(N) = \frac{\partial \ln f_i}{\partial \Delta_+} = \begin{cases} 0, & i > m \\ \frac{N}{(\mu_i + \Delta_+)} - 1, & i \leq m \end{cases}$$

$$\omega_i^-(N) = \frac{\partial \ln f_i}{\partial \Delta_-} = \begin{cases} 0, & i \leq m \\ \frac{N}{(\mu_i + \Delta_-)} - 1, & i > m \end{cases}$$

Локально наиболее мощный (ЛНМ) критерий

Приравниваем экспериментальные средние весов к теоретическим средним (теоретические средние равны нулю для таких весов):

$$h_-^{\text{exp}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \omega_i^- = \frac{1}{M} \sum_{i=m+1}^M \left(\frac{N_i}{\mu_i + \Delta_-} - 1 \right) = 0$$

$$h_+^{\text{exp}} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m \omega_i^+ = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^m \left(\frac{N_i}{\mu_i + \Delta_+} - 1 \right) = 0$$

Оценки Δ_+ и Δ_-

Статистика ЛНМ критерия:

$$\bar{\Delta} = \Delta_+ - \Delta_-$$

Предполагая малость Δ_+ и Δ_- по сравнению с μ_i , можно получить оценки в явном виде:

$$\begin{cases} \sum_{i=m+1}^M \left(\frac{N_i}{\mu_i} - \frac{N_i}{\mu_i^2} \Delta_- - 1 \right) = 0 \\ \sum_{i=1}^m \left(\frac{N_i}{\mu_i} - \frac{N_i}{\mu_i^2} \Delta_+ - 1 \right) = 0 \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \Delta_- = \left(\sum_{i=m+1}^M \frac{N_i}{\mu_i} - m \right) / \sum_{i=m+1}^M \left(\frac{N_i}{\mu_i^2} \right) \\ \Delta_+ = \left(\sum_{i=1}^m \frac{N_i}{\mu_i} - m \right) / \sum_{i=1}^m \left(\frac{N_i}{\mu_i^2} \right) \end{cases}$$

«Квазиоптимальный» критерий

✓ менее чувствительный к положению ступеньки в спектре, но сохраняющий эффективность, близкую к ЛНМ критерию.

Статистика такого «квазиоптимального» критерия:

$$S_{q-opt} = \sum_{i=1}^M w_i \cdot \xi_i$$

$$\xi_i = \frac{N_i - \mu_i}{\sqrt{\mu_i}}$$

$$w_i = \begin{cases} \frac{(m-i)}{\binom{m}{i}}, & i \leq m, \\ \frac{(m-i)}{\binom{M-m}{i-m}}, & i > m, \end{cases}$$

$$E_m \leq E_{st} < E_{m+1}$$

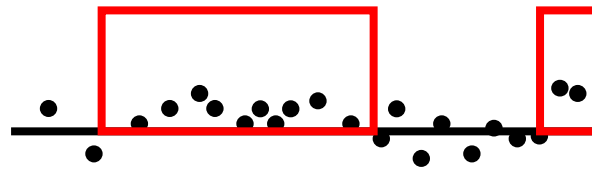
«Критерий попарных корреляций соседей»

Альтернативный критерий (чувствителен к аномалиям более общего вида)

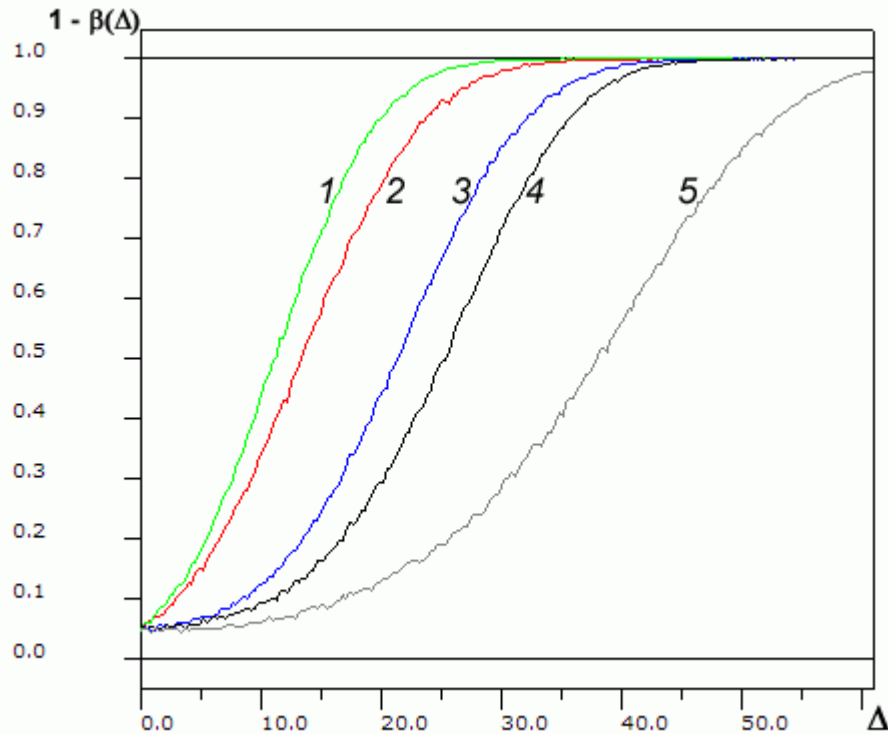
Статистика критерия попарных корреляций соседей:

$$S_{pair} = \sum_i \xi_i \cdot \xi_{i+1}$$

$$\xi_i = (N_i - \mu_i) / \sqrt{\mu_i}$$



Сравнение критериев

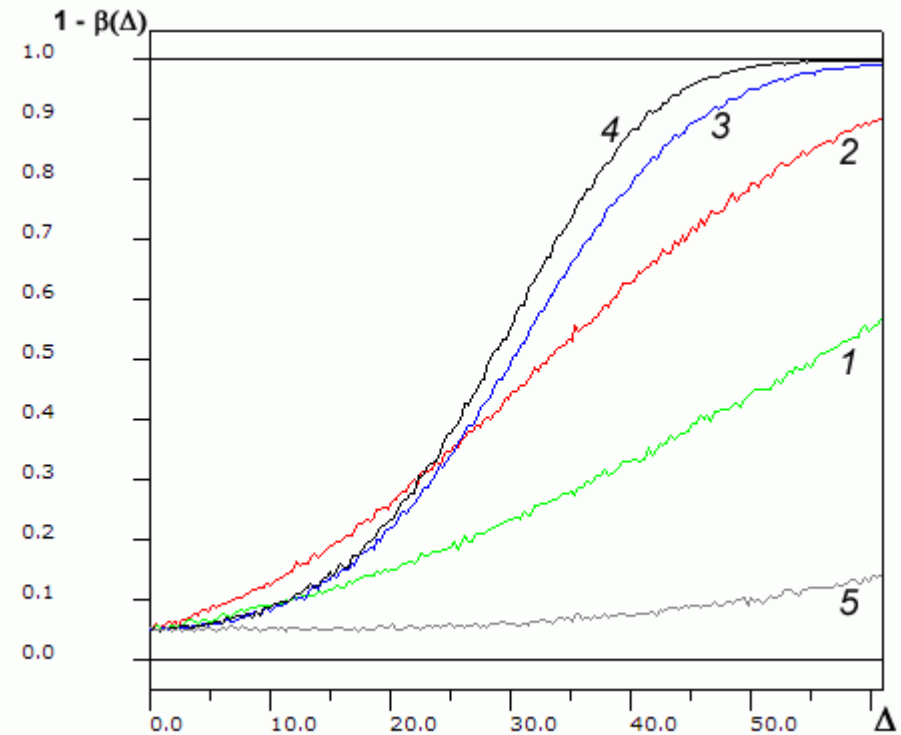
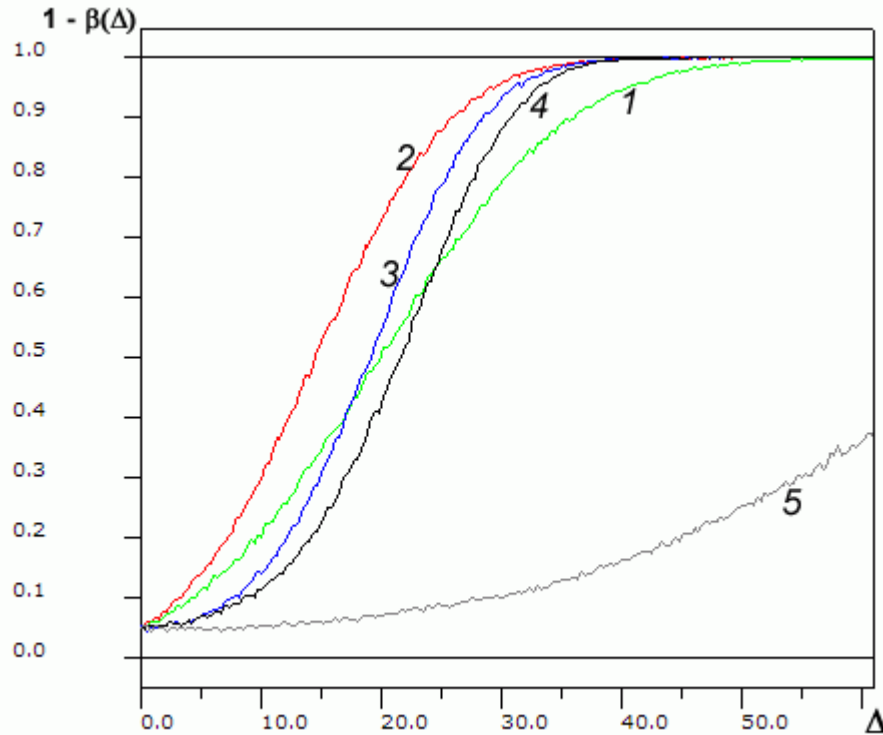


1. ЛНМ критерий
2. «Квазиоптимальный» критерий
3. «Критерий попарных корреляций соседей»
4. Критерий Хи-квадрат
5. Критерий *типа* Колмогорова-Смирнова.

Функция мощности ($1 - \beta(\Delta)$) в точке $\Delta > 0$ равна вероятности отклонить нулевую гипотезу ($\Delta = 0$), когда верна гипотеза H_1 (высота ступеньки равна $\Delta > 0$)

- Монте-Карло моделирование
- на основе фита данных 22 сеанса Троицк- ν -масс

Чувствительность к положению ступеньки



Функции мощности критериев для сдвига фактического положения ступеньки на 12 eV (слева) и 25 eV (справа)

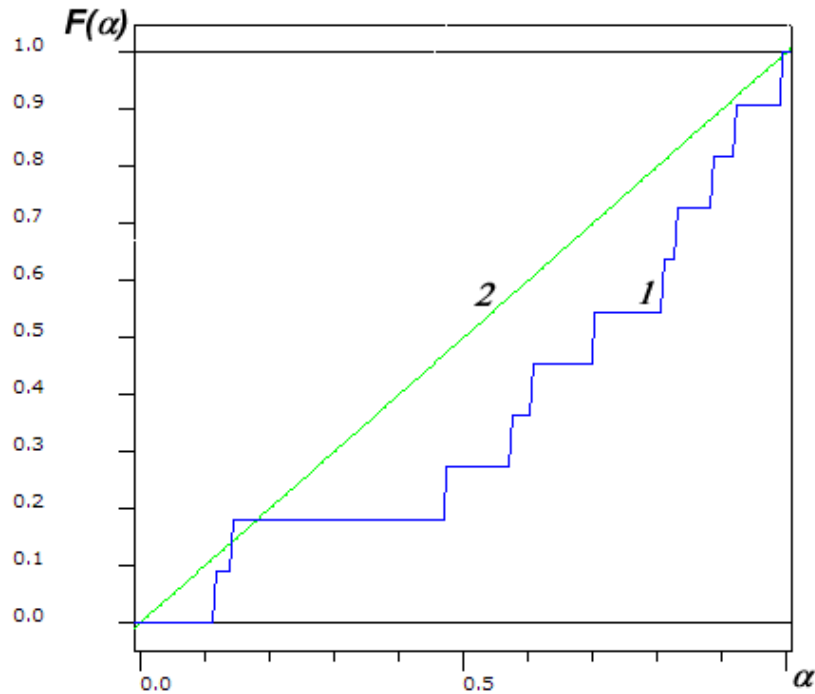
Результаты применения критериев к данным

№ сеанса	α_{q-opt}	α_{pair}
22	0.382	0.883
23	0.359	0.571
24_150	0.381	0.471
24_160_mod	0.522	0.604
25_mod	0.478	0.920
28	0.266	0.829
29	0.510	0.141
30	0.371	0.994
31	0.365	0.113
33	0.570	0.702
36	0.207	0.810

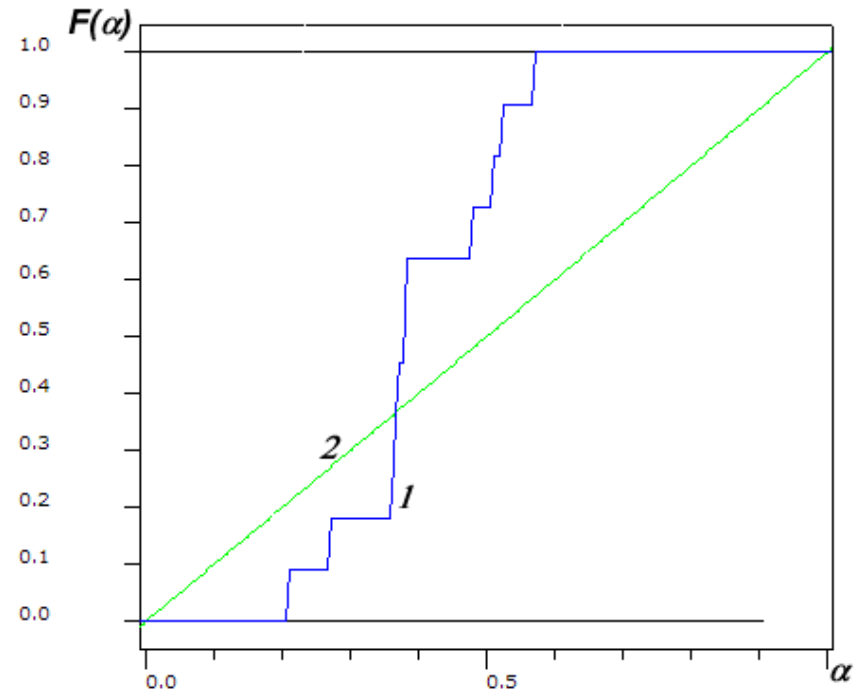
$$\alpha_{q-opt}^q = F_1 \left(S_{q-opt}^q \right)$$

$$\alpha_{pair}^q = F_2 \left(S_{pair}^q \right)$$

Исследование полученных наборов значений на равномерность



$\{\alpha_{pair}\}$



$\{\alpha_{q-opt}\}$

Исследование полученных наборов значений на равномерность и симметричность

Критерий	α_{q-opt}	α_{pair}	Критическая область 95%	Критическая область 99%
χ^2	2.273	2.273	<3.841	<6.635
Колмогоров	0.430	0.299	<0.391	<0.468
Шерман	0.492	0.334	<0.469	<0.521
Моран	13.013	5.243	[2.704, 11.375]	[1.81, 14.21]
Ченг-Спиринг	1.56	1.25	[0.92, 1.73]	[0.83, 1.99]
Фроцини	0.611	0.464	<0.581	<0.749
Янг	0.241	0.435	[0.3, 0.6]	[0.2, 0.6]
Знаковый	3	3	>1	>0
Вилкоксон	58	49	>51	>58

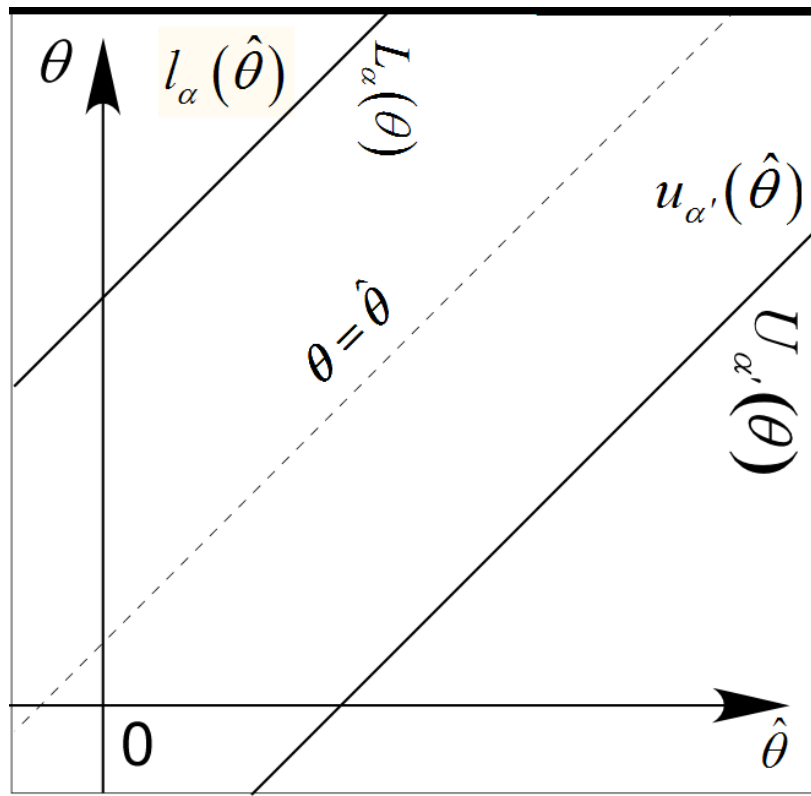
- Статистические критерии для поиска аномалии типа ступеньки в интегральных спектрах
- **Построение доверительных интервалов для дискретных распределений с учётом априорной информации о фоне**
- Развитие теории спинового света нейтрино в среде

Неймановское построение доверительных интервалов. Непрерывные распределения

$\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$ - оценка для неизвестного параметра θ

$$P(-\infty < \hat{\theta} < L_{\alpha}(\theta)) = \alpha, \quad P(U_{\alpha'}(\theta) < \hat{\theta} < +\infty) = \alpha'$$

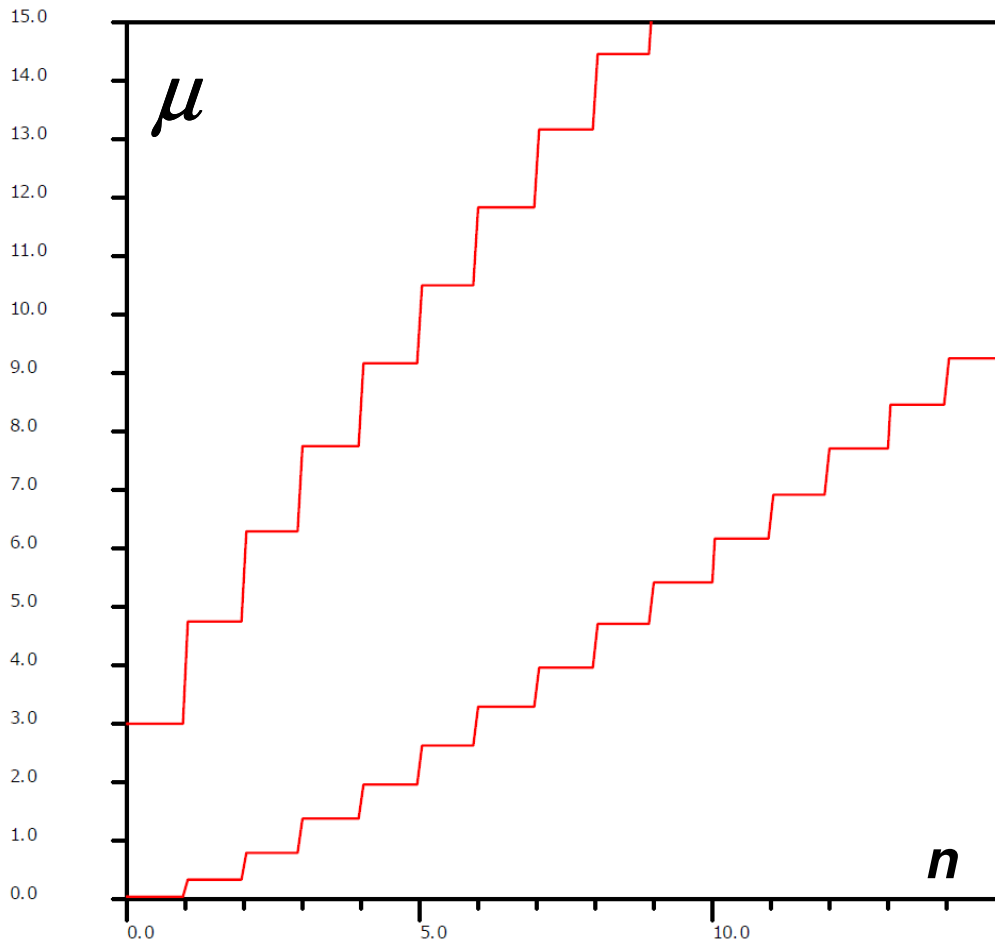
$$P(l_{\alpha}(\hat{\theta}) < \theta) = \alpha, \quad P(\theta < u_{\alpha'}(\hat{\theta})) = \alpha'$$



Неймановское построение доверительных интервалов. Дискретные распределения

$$P(\mu_0 \in [\mu_1, \mu_2]) = \alpha \quad \longrightarrow$$

$$P(\mu_0 \in [\mu_1, \mu_2]) \geq \alpha$$



$$P_{\mu}(n \in [n_1(\mu), n_2(\mu)]) \geq \alpha$$

$$P_{\mu}(n) = \frac{\mu^n}{n!} e^{-\mu}$$

90% C.L доверительные
интервалы для параметра
пуассоновского распределения

Учет априорной информации в непрерывном случае

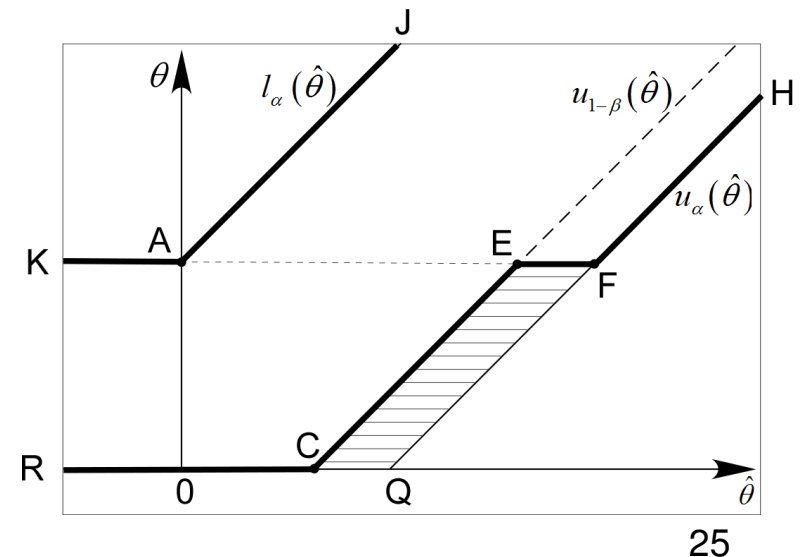
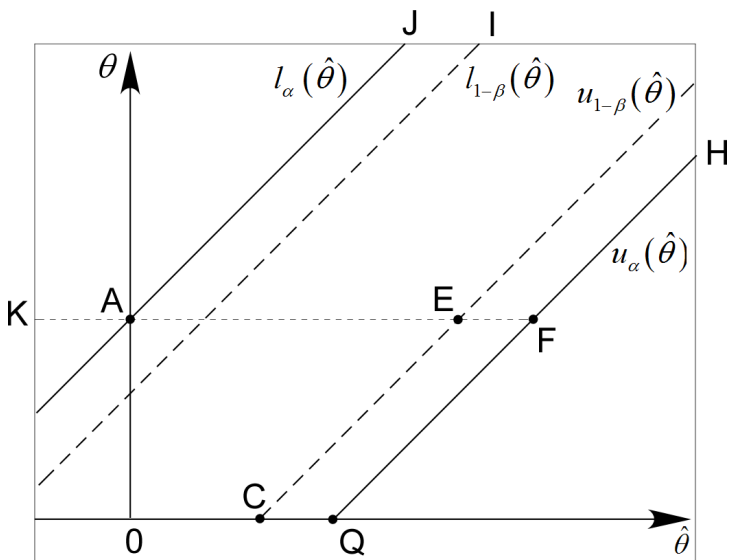
$$\hat{\theta} = \hat{\theta}(X)$$

с учетом условия

$$\theta \geq 0$$

$$\tilde{\theta} = \max(\hat{\theta}, 0)$$

Тkachov, 2009



Учет информации о фоне в дискретном случае

$$P_{\mu}(n) = \frac{(\mu + b)^n}{n!} e^{-(\mu+b)}$$

полагаем, что величина b известна

$$\overline{(\mu + b)} = \max(n, b)$$

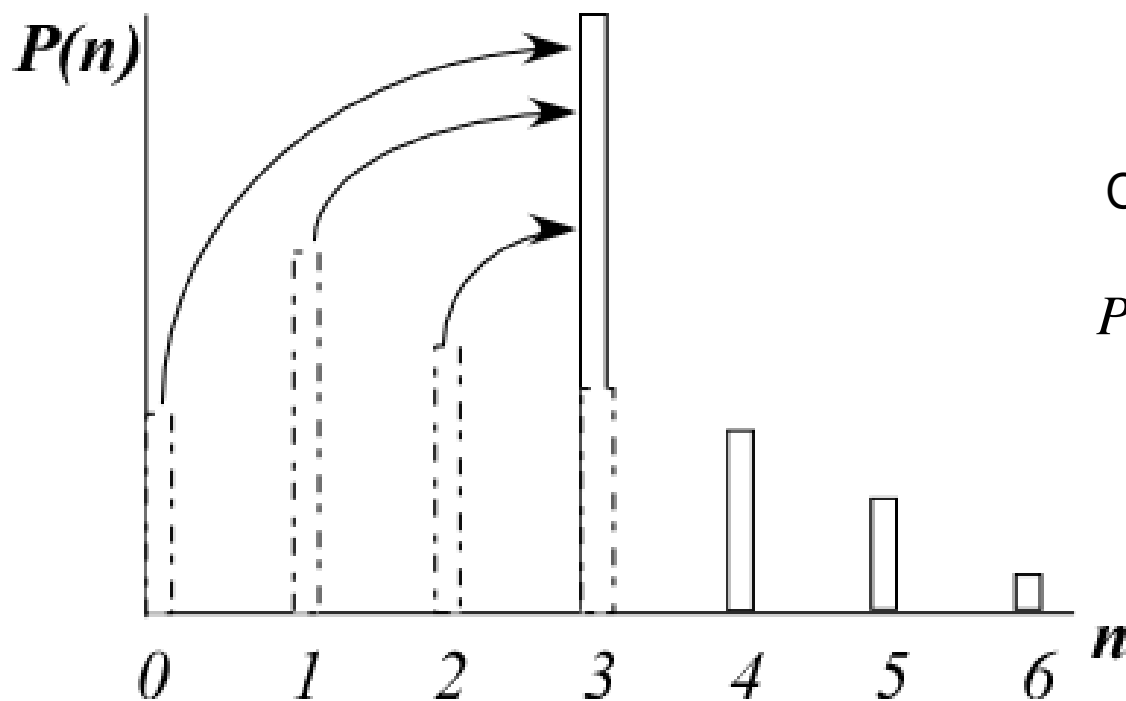
Тогда при $n > b$ число событий n будет измерено с вероятностью

$$P_{\mu}(n) = \frac{(\mu + b)^n}{n!} e^{-(\mu+b)}$$

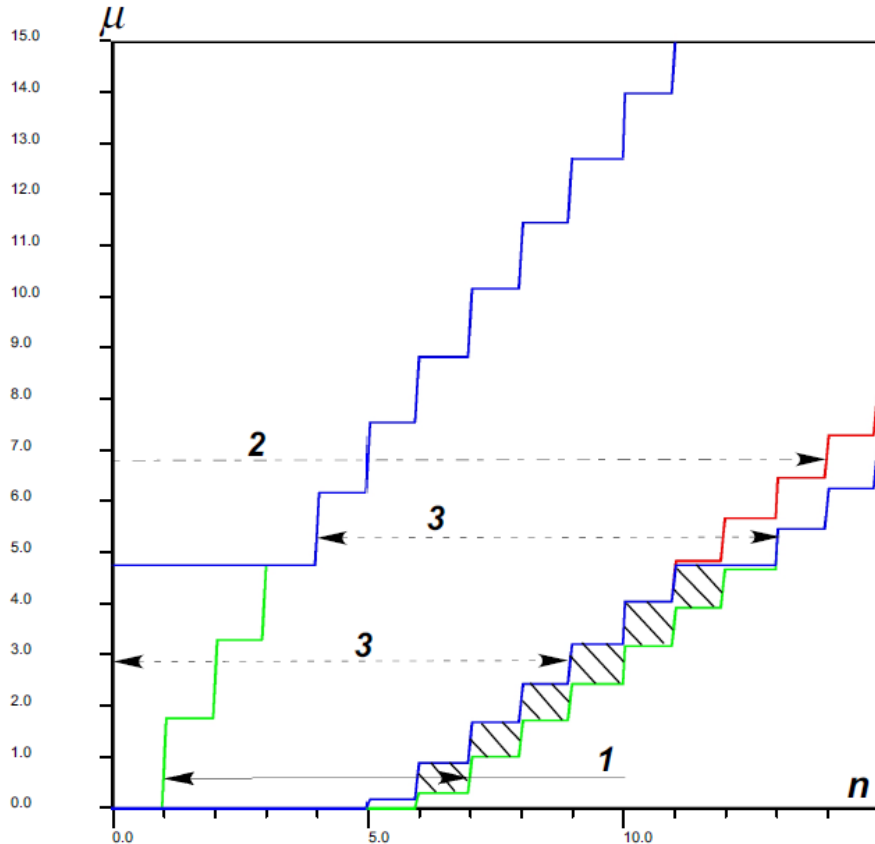
С вероятностью

$$P(n \leq b) = \sum_{n=0}^{[b]} \frac{(\mu + b)^n}{n!} e^{-(\mu+b)},$$

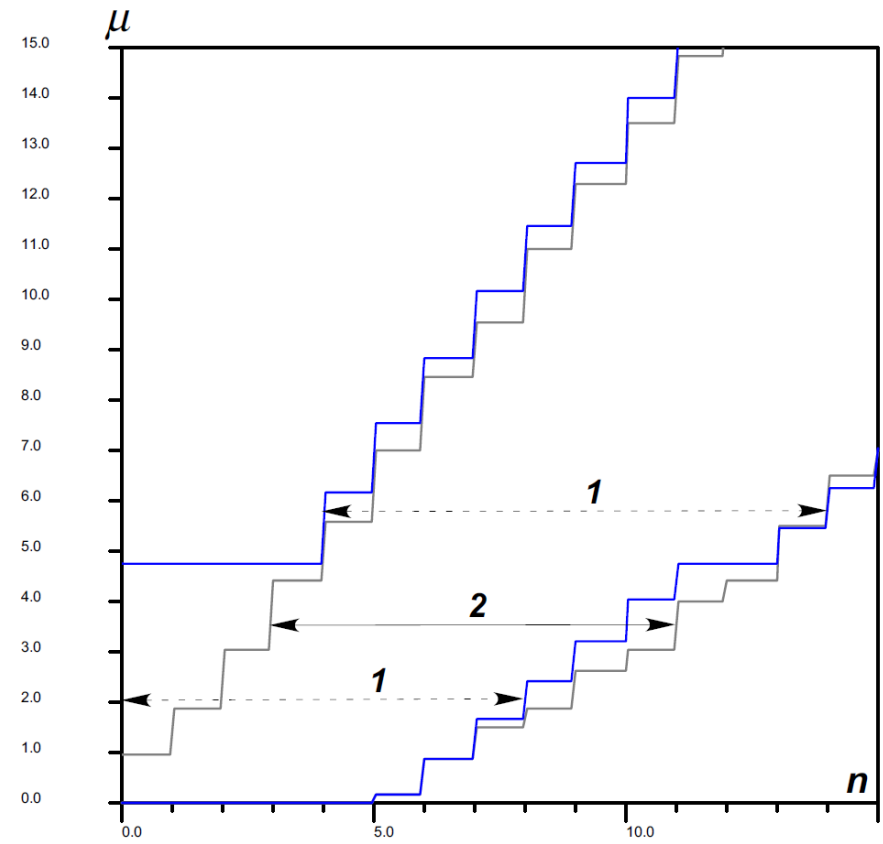
будет получена оценка, равная величине фона b



Доверительные интервалы с учётом известного фона



+ стандартные интервалы



+ рецепт Фельдмана и Казинса

- Статистические критерии для поиска аномалии типа ступеньки в интегральных спектрах
- Построение доверительных интервалов для дискретных распределений с учётом априорной информации о фоне
- **Развитие теории спинового света нейтрино в среде**

Новый механизм электромагнитного излучения нейтрино в среде

$$\nu \rightarrow \nu + \gamma$$

$$\mu_\nu \neq 0!$$

$$m_\nu \neq 0$$

Обзор электромагнитных свойств нейтрино:

C. Giunti, A. Studenikin, *Phys.Atom.Nucl.* 72, 2151 (2009)
 C. Brogini, C. Giunti, A. Studenikin, *Adv.High Energy Phys.* 2012 (2012) 459526

$$m_i = m_f$$

Спиновый свет нейтрино в среде

(для релятивистских нейтрино излучаются гамма-лучи $\omega \sim 1/3 E_\nu$)

A.Lobanov, A.Studenikin, *Phys.Lett.B*; **564** (2003) 27; **601** (2004) 171
 A.Studenikin, A.Ternov, *Phys.Lett.B* **608** (2005) 107
 A.Grigoriev, A.Studenikin, A.Ternov, *Phys.Lett.B* **622** (2005) 199

Модифицированное уравнение Дирака

$$\left\{ i\gamma_{\mu}\partial^{\mu} - \frac{1}{2}\gamma_{\mu}(1 + \gamma^5)f^{\mu} - m \right\} \Psi(x) = 0.$$

$$f^{\mu} = \frac{G_F}{\sqrt{2}}(n_n, 0, 0, 0)$$

для неполяризованной и неподвижной среды

Спектр энергий нейтрино

параметр плотности среды

$$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} G_F \frac{n_n}{m}$$

$$E_{\varepsilon} = \varepsilon \sqrt{(p - s\alpha m)^2 + m^2} + \alpha m$$

импульс нейтрино

S - спиральность нейтрино

$\varepsilon = \pm 1$ определяет ветви решений

n_n - плотность нейтронов

A. Studenikin, A. Ternov Phys.Lett. B 60 (2005) 107

A. Studenikin, J.Phys. A:Math.Theor. 41 (2008) 16402

Модифицированное уравнение Дирака

Точные решения:

$$\Psi_{\varepsilon, \vec{p}, s}(\vec{r}, t) = \frac{e^{-i(E_\varepsilon - \vec{p}\vec{r})}}{2L^{3/2}} \begin{pmatrix} \sqrt{1 + \frac{m}{E_\varepsilon - \alpha m}} \sqrt{1 + s \frac{p_3}{p}} \\ s \sqrt{1 + \frac{m}{E_\varepsilon - \alpha m}} \sqrt{1 - s \frac{p_3}{p}} \cdot e^{i\delta} \\ s\varepsilon \sqrt{1 - \frac{m}{E_\varepsilon - \alpha m}} \sqrt{1 + s \frac{p_3}{p}} \\ \varepsilon \sqrt{1 - \frac{m}{E_\varepsilon - \alpha m}} \sqrt{1 - s \frac{p_3}{p}} \cdot e^{i\delta} \end{pmatrix}$$

параметр плотности среды

$$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} G_F \frac{n_n}{m}$$

$$\delta = \arctan p_2/p_1$$

$$\vec{p} = (p_1, p_2, p_3)$$

L – нормировочная длина

- импульс нейтрино

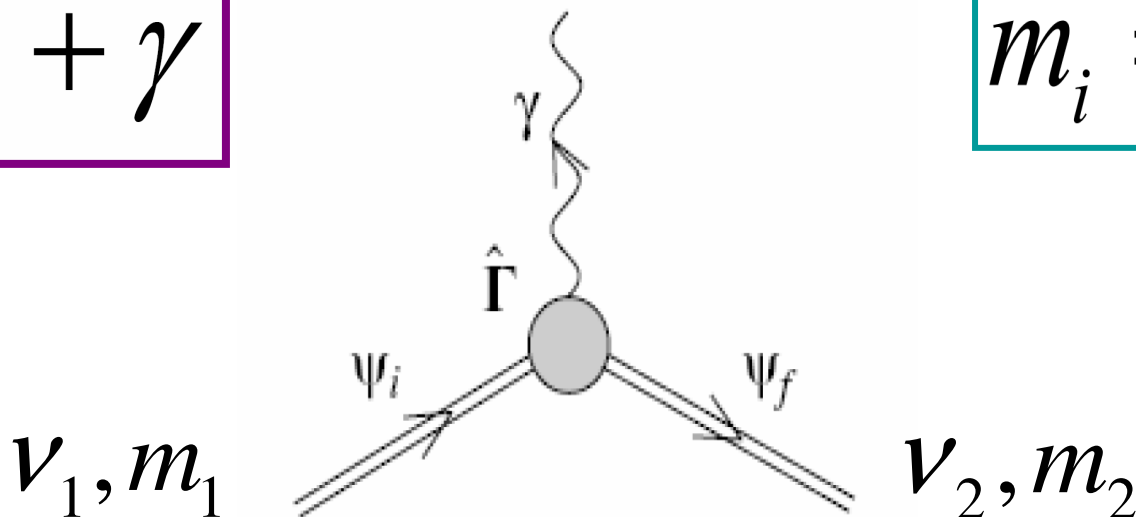
A. Studenikin, A. Ternov Phys.Lett. B 60 (2005) 107

A. Studenikin, J.Phys. A:Math.Theor. 41 (2008) 16402

Спиновый свет в переходе между различными массовыми состояниями

$$\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$$

$$m_i \neq m_j$$



- γ взаимодействует с нейтрино через переходный магнитный момент

μ_ν

- высокая плотность среды $n \sim 10^{37} \div 10^{40} \text{ cm}^{-3}$

- нейтрино релятивистские

Спектр энергий фотона

$$\boxed{\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma}$$

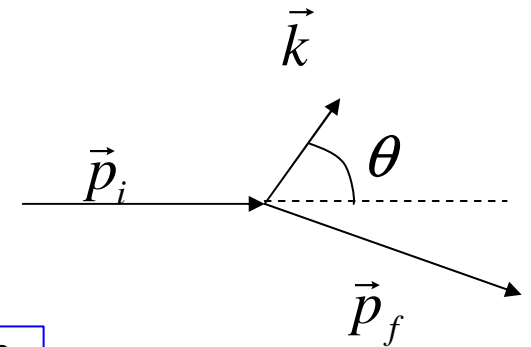
\downarrow \downarrow
 m_i m_j

Энергии начального и конечного нейтрино:

$$\boxed{E_{i,f} = \sqrt{(p_{i,f} - s_{i,f} \alpha m_{i,f})^2 + m_{i,f}^2} + \alpha m_{i,f}}$$

Закон сохранения энергии- импульса:

$$\boxed{E_i = E_f + \omega} \quad \boxed{\vec{p}_i = \vec{p}_f + \vec{k}}$$



Характеристические параметры:

$$\boxed{\gamma = \frac{m_i}{p_i}; \quad \kappa = \frac{\alpha m_i}{p_i}; \quad \delta = \frac{\Delta m^2}{p_i^2} = \frac{m_i^2 - m_f^2}{p_i^2}}$$

Полезные обозначения:

$$\boxed{K = \sqrt{(1 - s_i \cdot \kappa)^2 + \gamma^2} - x; \quad D = s_i \cdot \kappa - \delta; \quad \boxed{x = \cos \theta}}$$

Спектр энергий фотона

$$\begin{array}{ccc} \boxed{V_i \rightarrow V_j + \gamma} \\ \downarrow \quad \quad \downarrow \\ m_i \quad \quad m_j \end{array}$$

Наиболее интересный случай

$$\boxed{s_i = -1, s_f = 1}$$

Спектр $SL\nu$ (в указанных выше обозначениях):

$$\frac{\omega}{p_i} = \frac{-(KD + x\kappa^2) + \sqrt{(KD + x\kappa^2)^2 - (K^2 - \kappa^2)(D^2 - \kappa^2)}}{K^2 - \kappa^2}$$

Дифференциальная вероятность процесса

$$\frac{d\Gamma}{d \cos \theta} = \frac{(K - w + \cos \theta)(w \cdot K - \kappa - \delta)w^3 S}{\sqrt{(KD + \kappa^2 \cos \theta)^2 - (K^2 - \kappa^2)(D^2 - \kappa^2)}}$$

$$\boxed{w = \frac{\omega}{p_i}}$$

Полная вероятность

$$V_i \rightarrow V_j + \gamma$$

m_i

m_j

$$\frac{1}{2\sqrt{2}} \tilde{G}_F n \sim 1 \text{ eV}$$

Параметры:

$$\frac{\alpha m_i}{p_i}, \quad \frac{m_i}{p_i}, \quad \frac{m_i^2 - m_f^2}{p_i^2}$$

$$\alpha = \frac{1}{2\sqrt{2}} G_F \frac{n_n}{m}$$

для

$$n = 10^{37} \text{ cm}^{-3}$$

Сверхвысокая плотность

$$\Gamma = 4 \mu^2 \alpha^3 m_i^3 \left[1 + \frac{3}{2} \frac{m_i^2 - m_f^2}{\alpha m_i p_i} + \frac{p_i}{\alpha m_i} \right]$$

$$\frac{\alpha m_i}{p_i} \gg 1, \quad \frac{m_i}{p_i} \ll 1, \quad \frac{m_f}{p_i} \ll 1, \quad \frac{m_i^2 - m_f^2}{p_i^2} \ll 1$$

Плотная среда

$$\Gamma = 4 \mu^2 \alpha^2 m_i^2 p_i \left(1 + \frac{\alpha m_i}{p_i} + \frac{m_i^2 - m_f^2}{\alpha m_i p_i} + \frac{3}{2} \frac{m_i^2 - m_f^2}{p_i^2} \right)$$

$$\frac{m_i}{p_i} \ll \alpha \ll \frac{p_i}{m_i}$$

Малая плотность среды

$$\Gamma = 1.87 \cdot \mu^2 p_i^3 \left(\frac{m_i^2 - m_f^2}{p_i^2} \right)^3$$

$$\frac{\alpha m_i}{p_i} \ll \frac{m_i^2}{p_i^2}$$

Полная вероятность

$$\boxed{\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma}$$

\downarrow \downarrow
 m_i m_j

- Нерелятивистский случай (тяжелое нейтрино в вакууме)

$$\boxed{\Gamma \sim m_i^5}$$

$$\boxed{\frac{m_i}{p_i} \gg 1, \quad n \approx 0, \quad m_i \gg m_f}$$

A. De Rujula and S. L. Glashow, Phys. Rev. Lett. 45 (1980) 942

G. Zatsepin, A. Smirnov, Nucl. Phys. 28 (1978) 6

S. Petcov, Nucl. Phys. 25 (1977) 641

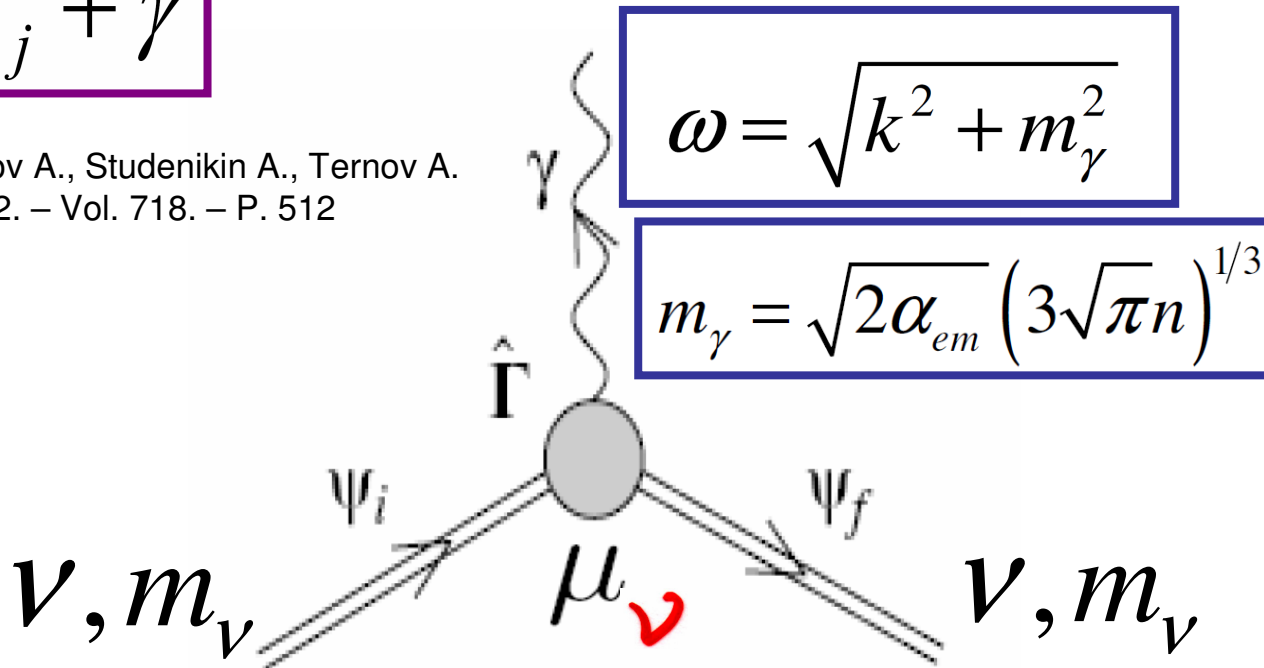
P. Pal, L. Wolfenstein, Phys.Rev.D 25 (1982) 766

C. Giunti, C.W. Kim, W.P. Lam, Phys.Rev.D 43 (1991) 164

Спиновый свет нейтрино в плазме

$$\nu_i \rightarrow \nu_j + \gamma$$

Grigoriev A., Lokhov A., Studenikin A., Ternov A.
Phys.Lett.B. – 2012. – Vol. 718. – P. 512



- γ взаимодействует с нейтрино через магнитный момент
- высокая плотность среды $n \sim 10^{37} \div 10^{40} \text{ cm}^{-3}$
- нейтрино сверхвысоких энергий (до $1-10 \text{ PeV}$)

указания на существование нейтрино таких энергий обнаружены в эксперименте IceCube (доклад Ishikara, Neutrino 2012, Japan)

Кинематические соотношения

$$V_i \rightarrow V_j + \gamma$$

Энергии начального и конечного нейтрино:

$$E_{i,f} = \sqrt{(p_{i,f} - s_{i,f} \tilde{n})^2 + m^2 + \tilde{n}}$$

Закон сохранения энергии и импульса:

$$E_i = E_f + \omega$$

$$\vec{p}_i = \vec{p}_f + \vec{k}$$

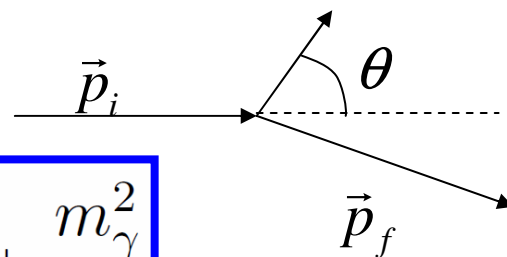
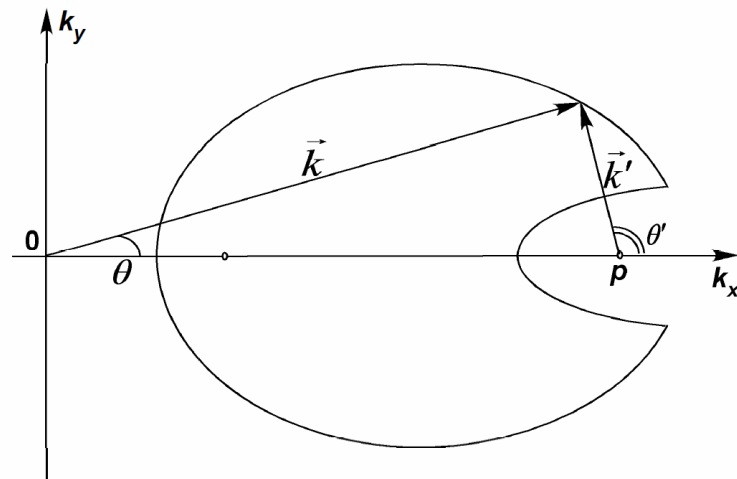
$$\omega \sqrt{(p + \tilde{n})^2 + m_\nu^2} = \tilde{n}(p' + p) + pk \cos \theta + \frac{m_\gamma^2}{2}$$

$$s_i = -1 \quad s_f = +1$$

$$\sin \theta \approx \theta \leq \frac{4\tilde{n}p - m_\gamma^2 - 4\tilde{n}^2}{2pm_\gamma}$$

Условие порога

$$\frac{m_\gamma^2 + 1/2 m_\gamma m_\nu}{4\tilde{n}p} < 1$$



A.Lobanov, A.Studenikin, PLB 2003; PLB 2004
 A.Grigoriev, A.Studenikin, PLB 2005
 A.Grigoriev, A.Studenikin, A.Ternov, PLB 2005
 A.Kuznetsov, N.Mikheev, 2006

Полная вероятность и мощность $SL\nu$

- $SL\nu$ без влияния плазмы

$$\Gamma = 4\mu^2 \tilde{n}^2 (\tilde{n} + p)$$

$$I = \frac{4}{3}\mu^2 \tilde{n}^2 (3\tilde{n}^2 + 4p\tilde{n} + p^2)$$

$$m_\gamma \rightarrow 0$$

- Вдали от порога

$$\Gamma = 4\mu^2 \tilde{n}^2 p ((1 - \lambda)(1 + 7\lambda) + 4\lambda(1 + \lambda) \ln \lambda)$$

$$I = \frac{4}{3}\mu^2 \tilde{n}^2 p^2 (1 - \lambda)(1 - 5\lambda - 8\lambda^2) - m_\gamma^4 \ln \lambda$$

$$\lambda = \frac{m_\gamma^2}{4\tilde{n}p}$$

$$\lambda \sim 1$$

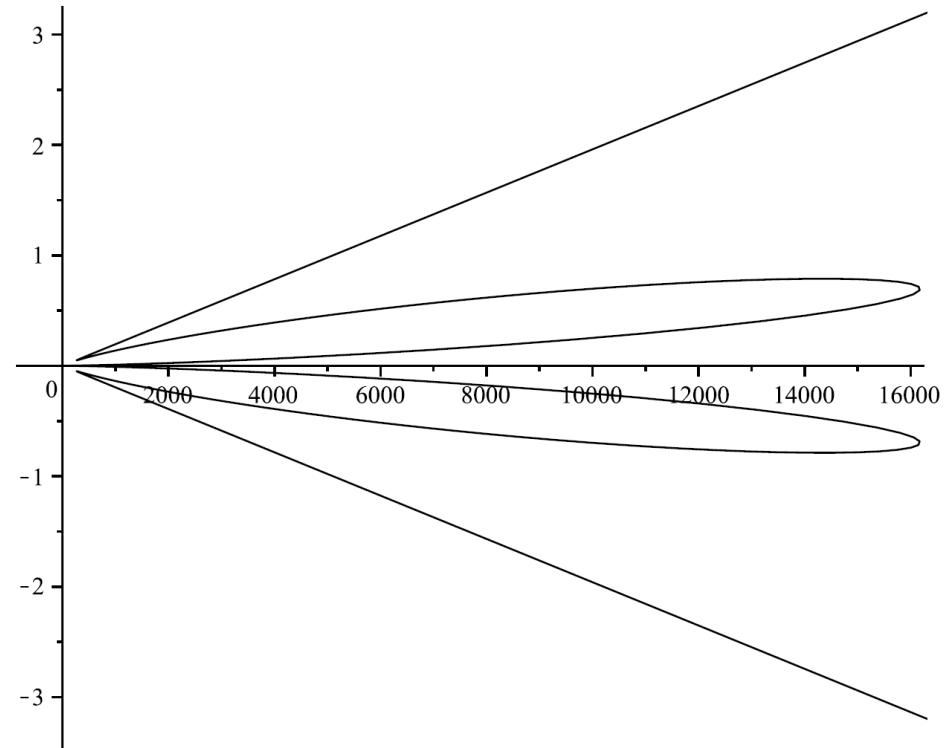
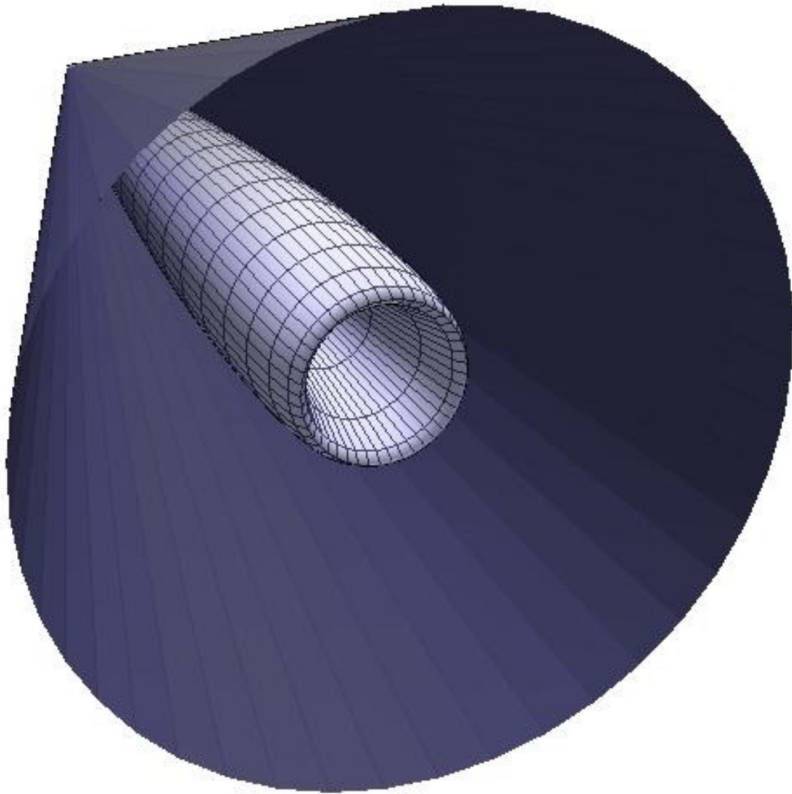
- При приближении к порогу

$$\Gamma = 4\mu^2 \tilde{n}^2 (1 - \lambda)((1 - \lambda)p + 2\tilde{n})$$

$$I = 4\mu^2 \tilde{n}^2 p (1 - \lambda)((1 - \lambda)p + 2\tilde{n})$$

$$\lambda \rightarrow 1$$

Угловое распределение мощности излучения



$$\sin \theta \approx \theta \leq \frac{4\tilde{n}p - m_\gamma^2 - 4\tilde{n}^2}{2pm_\gamma}$$

Основные результаты

- Разработан подход к поиску аномальных вкладов в экспериментальных спектрах. На основе метода квазиоптимальных весов построены эффективные и удобные статистические критерии для поиска аномалий типа ступеньки в интегральном спектре.
- Произведен систематический поиск аномалии в спектре бета-распада трития в эксперименте Троицк-ню-масс с использованием, построенных критериев. Указан корректный и устойчивый метод для статистического суммирования информации по одиннадцати сеансам.
- В результате анализа реальных данных Троицк-ню-масс сделан статистический вывод об отсутствии аномалий типа ступеньки в спектре. Наличие аномалий других типов не может быть достоверно исключено в данном анализе.

Основные результаты

- Рассмотрена проблема учёта априорной информации при построении доверительных интервалов. Определено важное отличие разрабатываемого метода предела чувствительности – сравнимость результатов – от других попыток учета априорной информации.
- Метод предела чувствительности распространён на случай параметров дискретных распределений при наличии известного фона. Построены различные варианты доверительных интервалов для параметра распределения Пуассона при наличии известного фона. По аналогии со случаем непрерывных распределений, построен наилучший верхний предел для параметра распределения Пуассона с учётом информации о фоне. Разработана компьютерная программа для вычисления доверительных интервалов для параметров дискретных распределений с учетом фона.

Основные результаты

- На основе метода точных решений произведен расчет процесса спинового света в переходе между различными массовыми состояниями нейтрино. Найден спектр энергий излучаемого фотона. Получены выражения для полной вероятности процесса, вычислены приближенные формулы для предельных случаев.
- Произведён последовательный учет влияния плазмы на процесс спинового света нейтрино в среде. Подтверждено наличие порога. Вычислено явное выражение для порогового условия. Получены выражения для полной вероятности и мощности процесса. Вычислены приближённые выражения для трех основных предельных случаев. Получено и проанализировано угловое распределение мощности излучения.