



Ограничения на возможную оценку параметров стерильного нейтрино, получаемых из анализа спектра β -распада трития

Н.А. Титов

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт ядерных исследований РАН

117312, Москва, В-312, проспект 60-летия октября, 7а.



Мотивация:

Указания на осцилляции нейтрино в стерильные состояния -

К. N. Abazajian et al, Light Sterile Neutrinos: A White Paper

[arXiv:1204.5379](https://arxiv.org/abs/1204.5379) [hep-ph]

Возможно наблюдать эффект в β -распаде трития:

H.J. de Vega et al., Role of sterile neutrino warm dark matter in rhenium and tritium beta decays. [arXiv:1109.3452v3](https://arxiv.org/abs/1109.3452v3)

$$m_4 \approx 1\text{eV}; |U_{e4}|^2 \approx 1\%$$

Проанализированы данные Майнца и Троицк ν -масс:

Ch. Kraus, A. Singer, K. Valerius, Ch. Weinheimer

Eur. Phys. J. C (2013) 73:2323

A. I. Belesev, A. I. Berlev, E. V. Geraskin, A. A. Golubev, N. A. Likhovid,
A. A. Nozik, V. S. Pantuev, V. I. Parfenov, A. K. Skasyrskaya

Pis'ma v ZhETF, vol. 97, pp. 73–75

Результаты обработки



Майнц

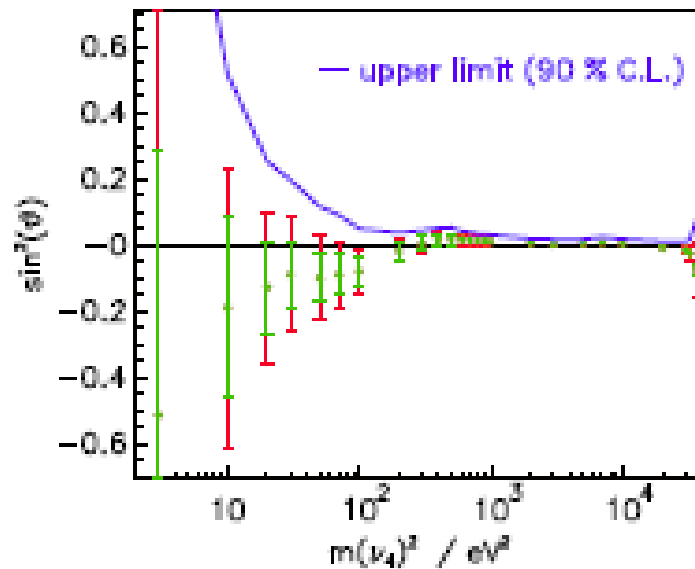
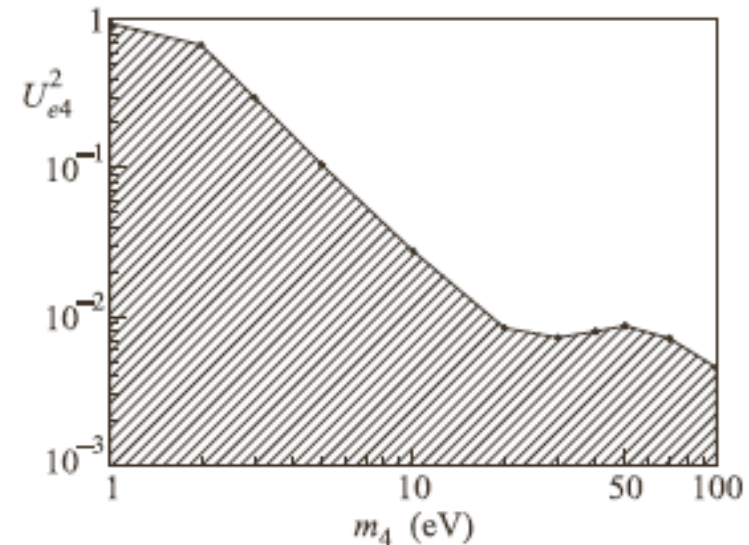


Fig. 5 Fit results on the contribution $\sin^2 \theta$ of a fourth neutrino mass state ν_4 from the analysis of the Mainz phase II data as function of the squared mass $m^2(\nu_4)$. The inner (green) error bars correspond to the statistical, the outer (red) to the total uncertainty. The blue line above the points with error bars gives the upper limit according to the Feldman–Cousins method [23] with 90 % C.L. (Color figure online)

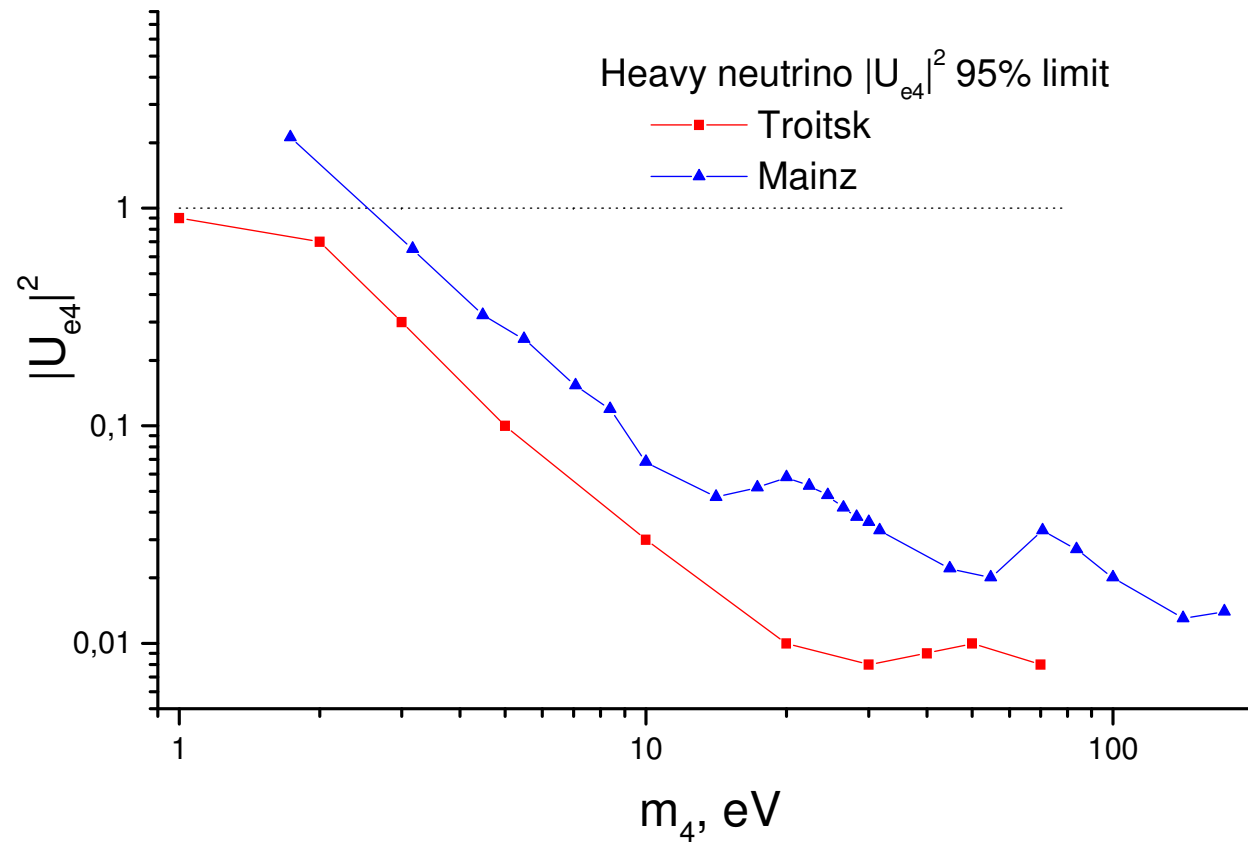
Троицк «новый анализ»



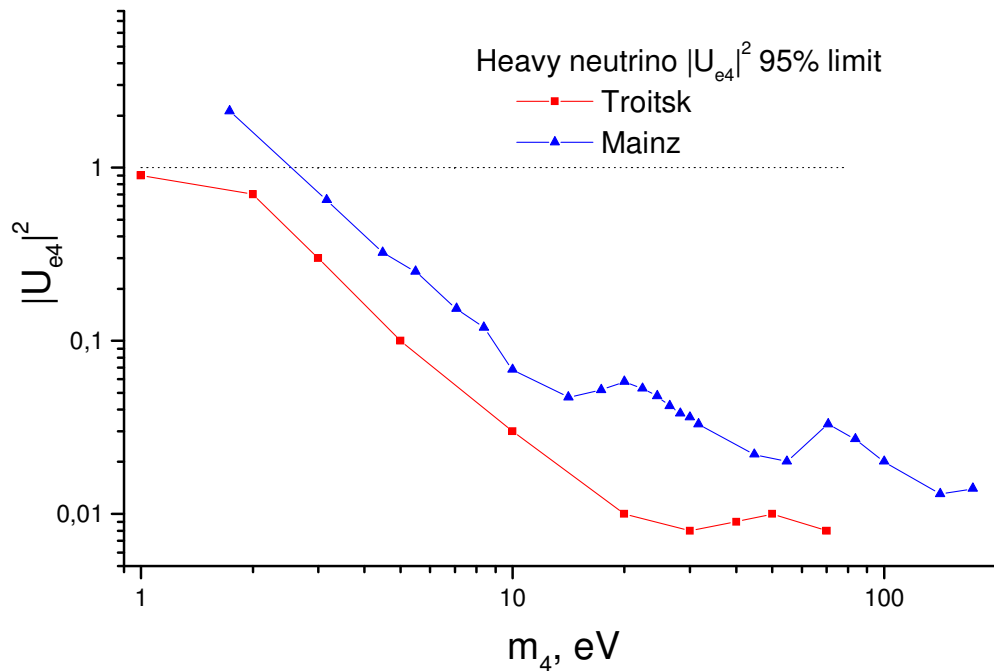
The upper 95% C.L. limit for admixture U_{e4}^2 of the heavy neutrino eigenstate in β -electron spectrum versus its mass, m_4



После приведения в один масштаб:



Проблема: Используются *те же данные*, для которых опубликованы оценки на массу *активного* нейтрино, но чувствительность разная:



Майнц –

$$m^2(\nu_e) = (-.6 \pm 2.2 \pm 2.1)eV^2$$

Троицк – "новый анализ"

$$m^2(\nu_e) = (-.67 \pm 1.89 \pm 1.68)eV^2$$

Стерильное нейтрино:
> 2,3

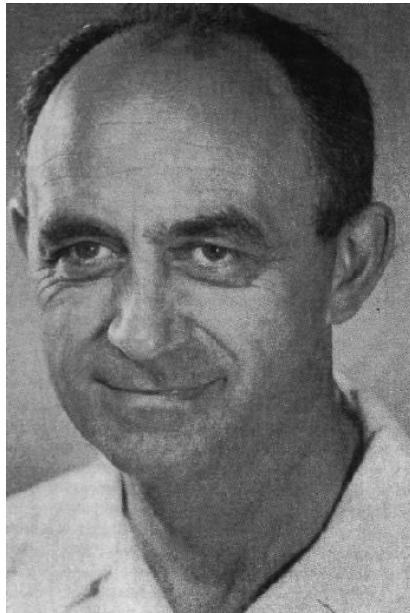
Активное нейтрино:
1,15÷1,20



Вопросы (*Prof. Christian Weinheimer*):

1. Почему, при практически одинаковой чувствительности к активному нейтрино, чувствительность к стерильному нейтрино более чем в два раза лучше?
2. Как согласуется предел на массу активного нейтрино $m_\nu < 2,05 \text{ эВ}$ с ограничением на стерильное нейтрино с $m_4 = 1 \text{ эВ}$?
3. Почему вклад систематических погрешностей много меньше статистических для стерильного нейтрино и примерно равен для активного?

Массу нейтрино можно наблюдать в β -распаде ядер



Энрико Ферми

Versuch einer Theorie der β -Strahlen. I¹.

Von E. Fermi in Rom.

Mit 3 Abbildungen. (Eingegangen am 16. Januar 1934.)

E. Fermi, Z. Physik 88 (1934)

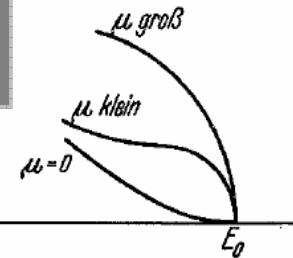
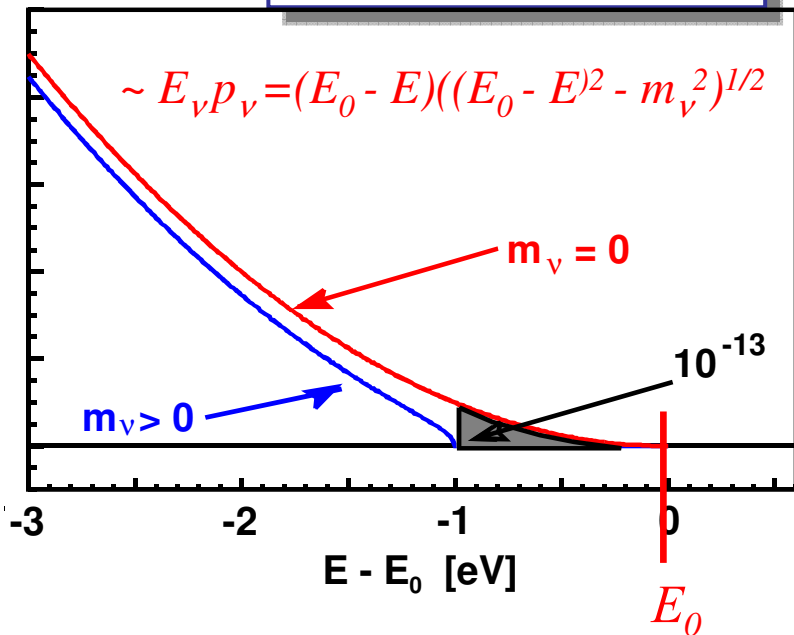
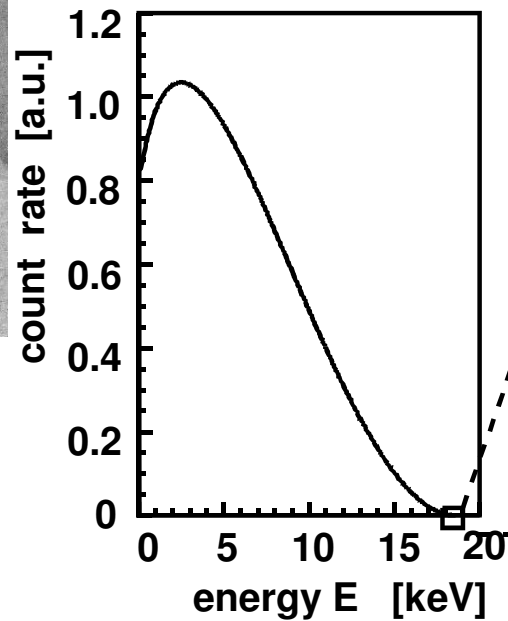


Fig. 1.

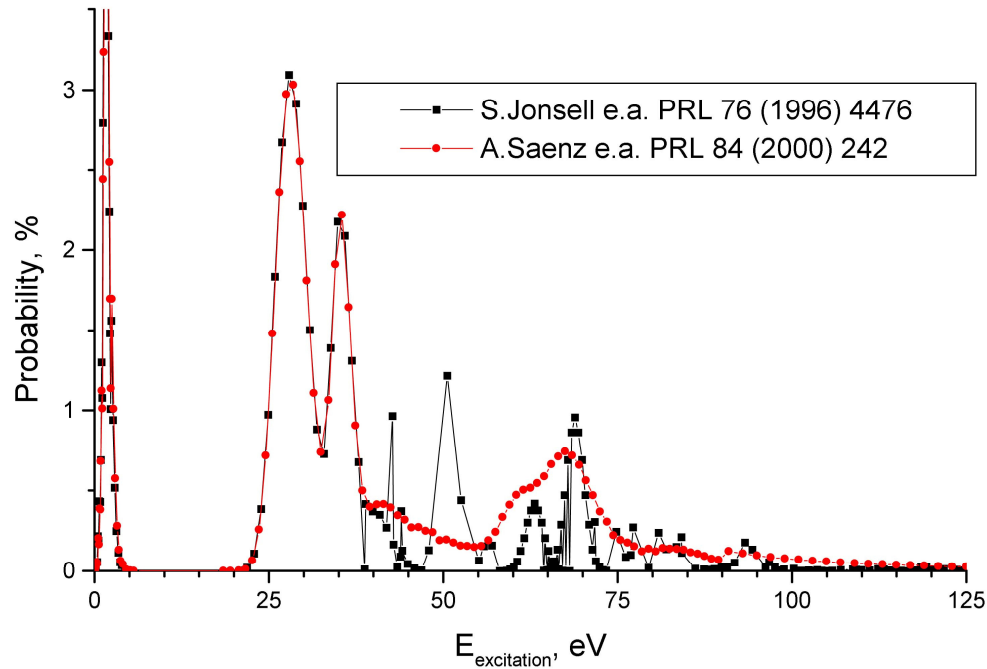




Возбуждение конечного иона (${}^3\text{HeT}^+$)

$$\varepsilon_j = E_0 - E - E_j^*$$

W_j, E_j – спектр возбужденных состояний



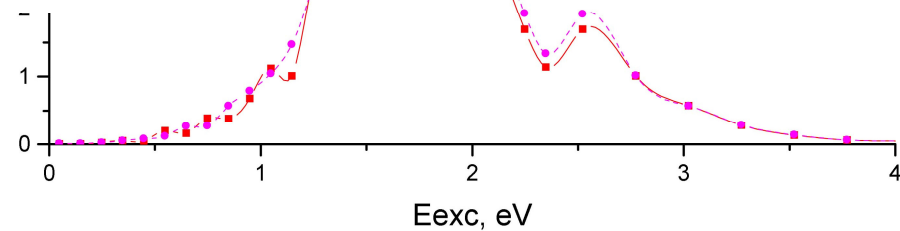
Орто- и пара – водород, спектр разный

S. Jonsell, A. Saenz, P. Froelich
PR C60 (1999) 034601

Roto-vibrational band for

T_2 -decay from:

- $J_{in}=0$
- $J_{in}=1$



Есть еще примесь распада



с отличным спектром возбуждения



Осцилляции: стандарт + стерильные нейтрино

$$\begin{pmatrix} \nu_e \\ \nu_\mu \\ \nu_\tau \\ \nu_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} U_{e1} & U_{e2} & U_{e3} & U_{e4} \\ U_{\mu1} & U_{\mu2} & U_{\mu3} & U_{\mu4} \\ U_{\tau1} & U_{\tau2} & U_{\tau3} & U_{\tau4} \\ U_{s1} & U_{s2} & U_{s3} & U_{s4} \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} \nu_1 \\ \nu_2 \\ \nu_3 \\ \nu_4 \end{pmatrix}$$

$\neq 0$

$$|\nu_e\rangle = \sum_i U_{ei} |\nu_i\rangle + \sum_s U_{es} |\nu_s\rangle$$

$$\frac{d^2 N}{dE} = A \cdot F(E, Z+1) \cdot p \cdot (E+m) \cdot$$

$$\sum_j W_j \varepsilon_j \cdot \left(\sum_i |U_{ei}|^2 \cdot \sqrt{\varepsilon_j^2 - m_i^2} \cdot \Theta(\varepsilon_j - m_i) \right)$$

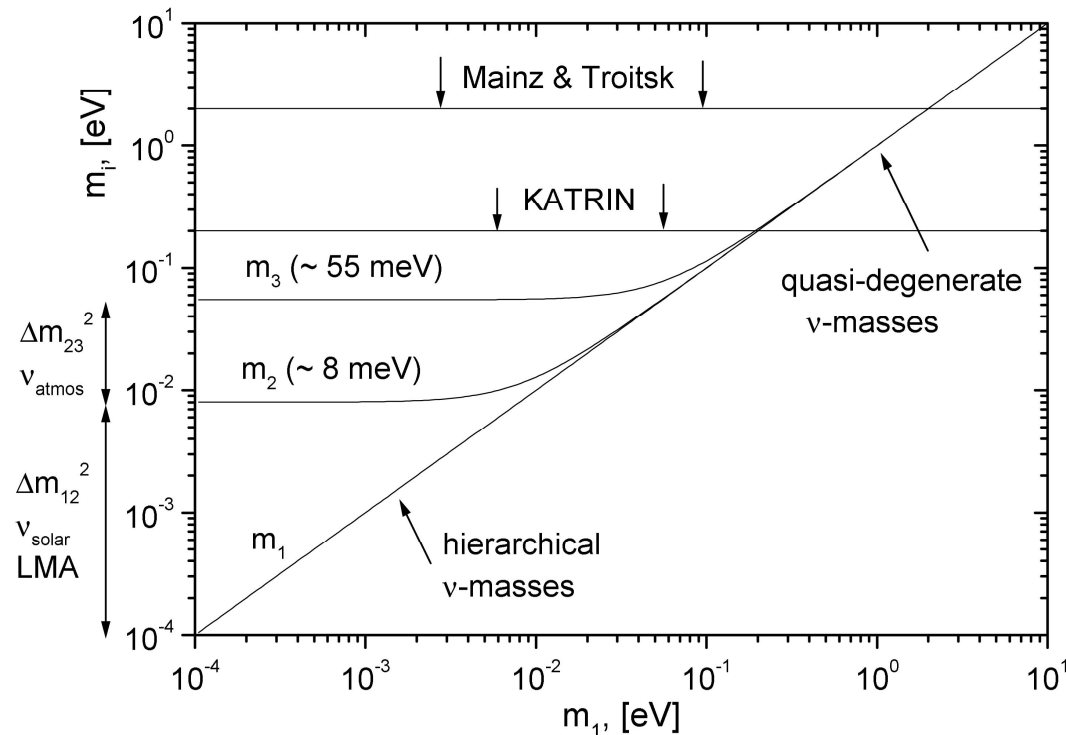


Описание спектра

Можно использовать универсальный спектр $(\frac{dN}{dE})(m_i)$ для описания

$$\left(\frac{dN}{dE}\right) = (1 - |U_{e4}|^2) * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_{active}) + |U_{e4}|^2 * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_4)$$

m_{active} – параметр в расчетах, а не физическая величина!





Для расчетов использовался модельный спектр:

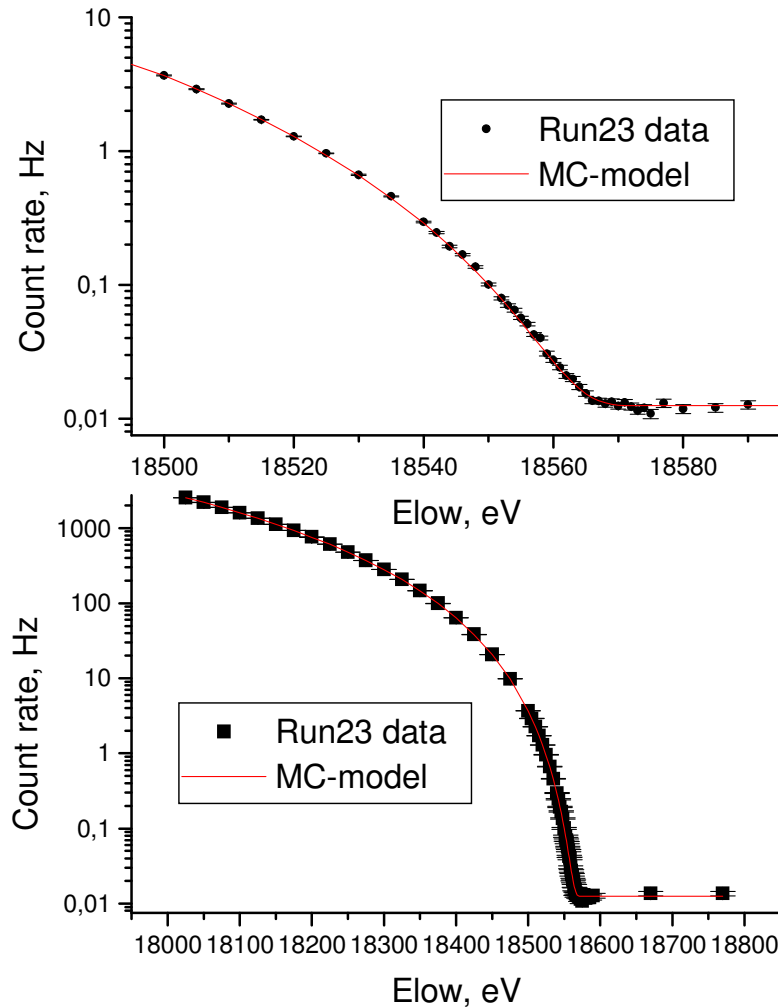
1. Гладкая подгоночная функция и фон из Run23
2. Статистические ошибки из Run23
3. Для моделирования результата обработки всего набора данных в модельном спектре статистические ошибки нормировались на фактор отношения стат. ошибки $\sigma(m_\nu^2)$ из публикации и такой же ошибки для модельного спектра:

$$\sigma_{tot}(i) = \frac{\sigma(m_\nu^2)_{published}}{\sigma(m_\nu^2)_{Run23}} \cdot \sigma_{Run23}(i) \approx 1/2.32$$

4. Как и в опубликованных работах, принималось $m_{active} = 0$



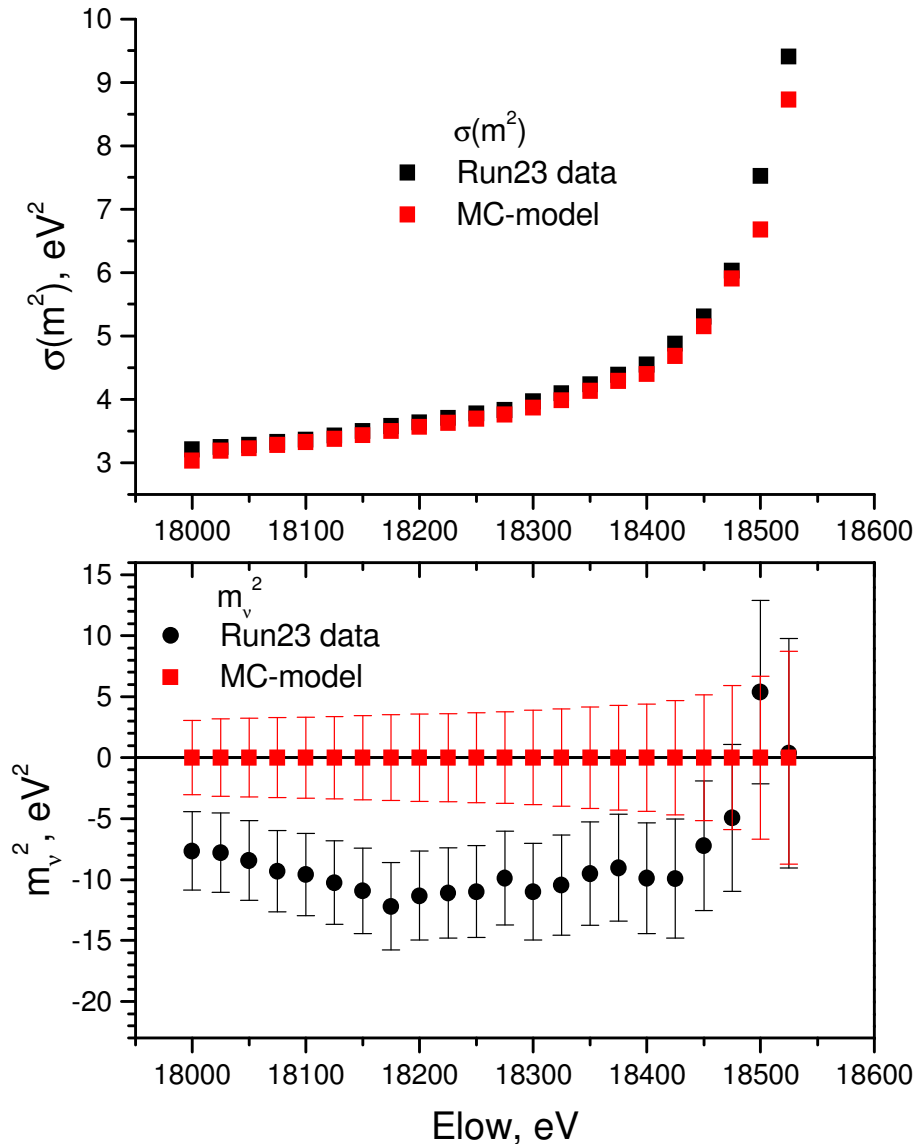
Модельный спектр



Не содержит аномалий,
присутствующих в реальном
спектре: «степ-эффект»,
отрицательный m^2 и т.д.



Модельный спектр



Для модельного спектра
фит даёт

$$m_\nu^2 = 0$$

$$\chi^2 = 0$$

но статистическая ошибка

$$\sigma(m_\nu^2)$$

совпадает с величиной
для экспериментальных
данных



МС – моделирование. 100 000 испытаний

$|U_{e4}|^2$ evaluation for $m_4 = 1.6$ eV

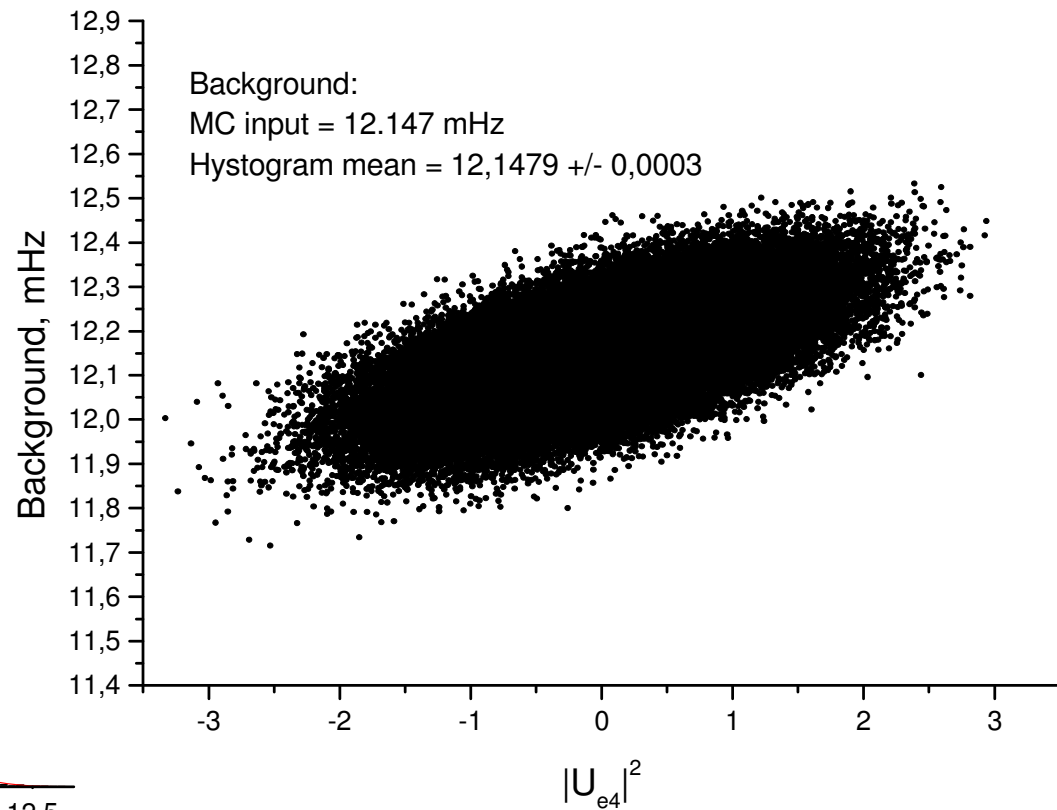
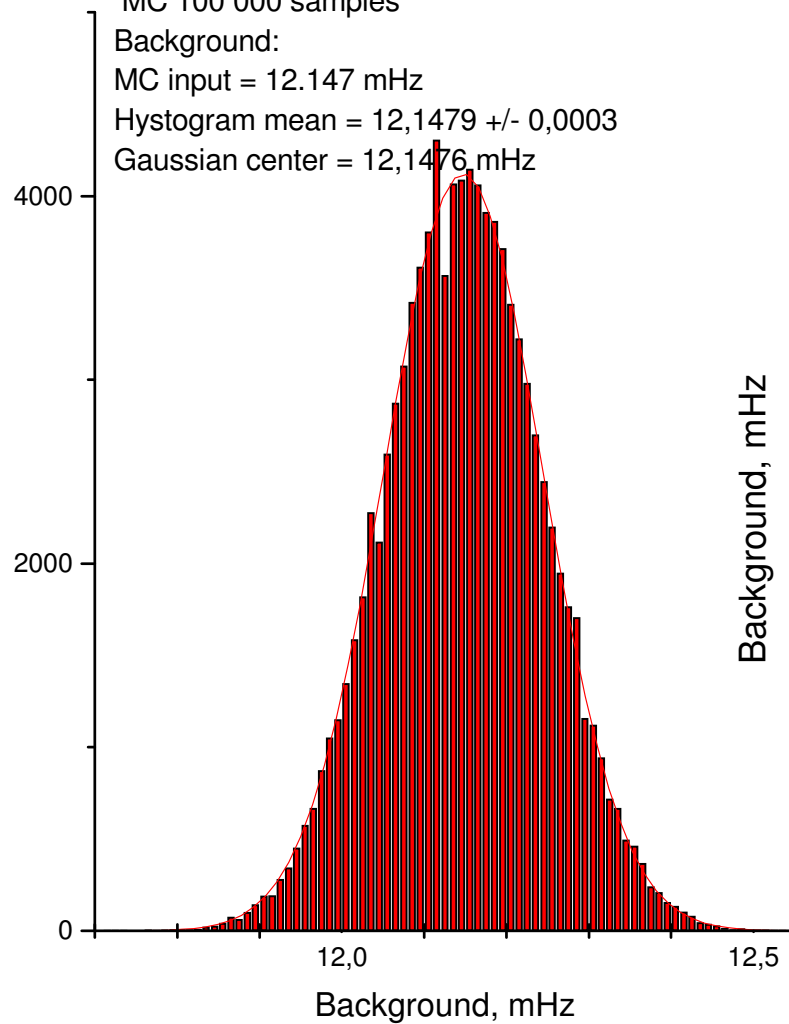
MC 100 000 samples

Background:

MC input = 12.147 mHz

Histogram mean = 12,1479 +/- 0,0003

Gaussian center = 12,1476 mHz

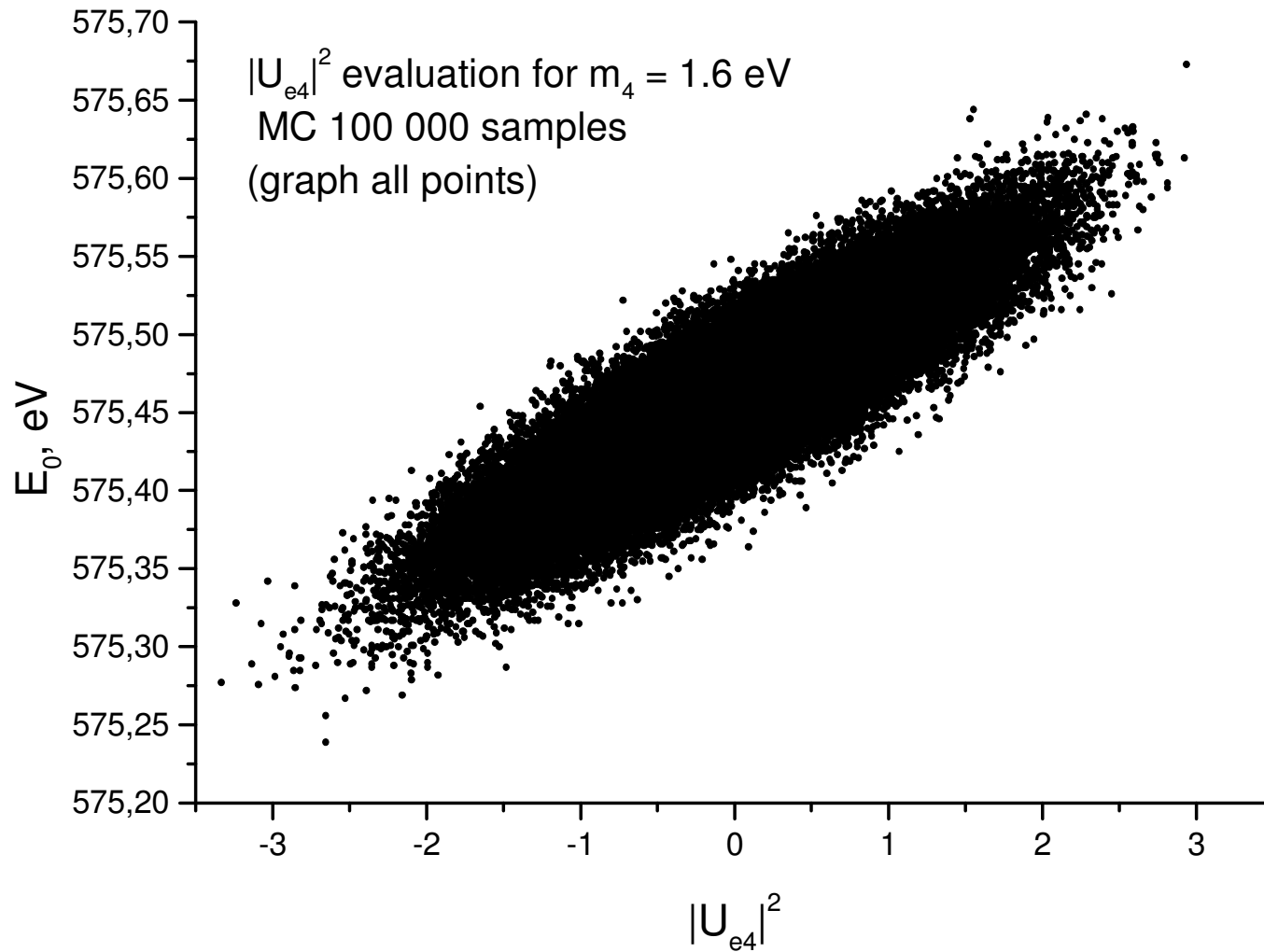


Background:

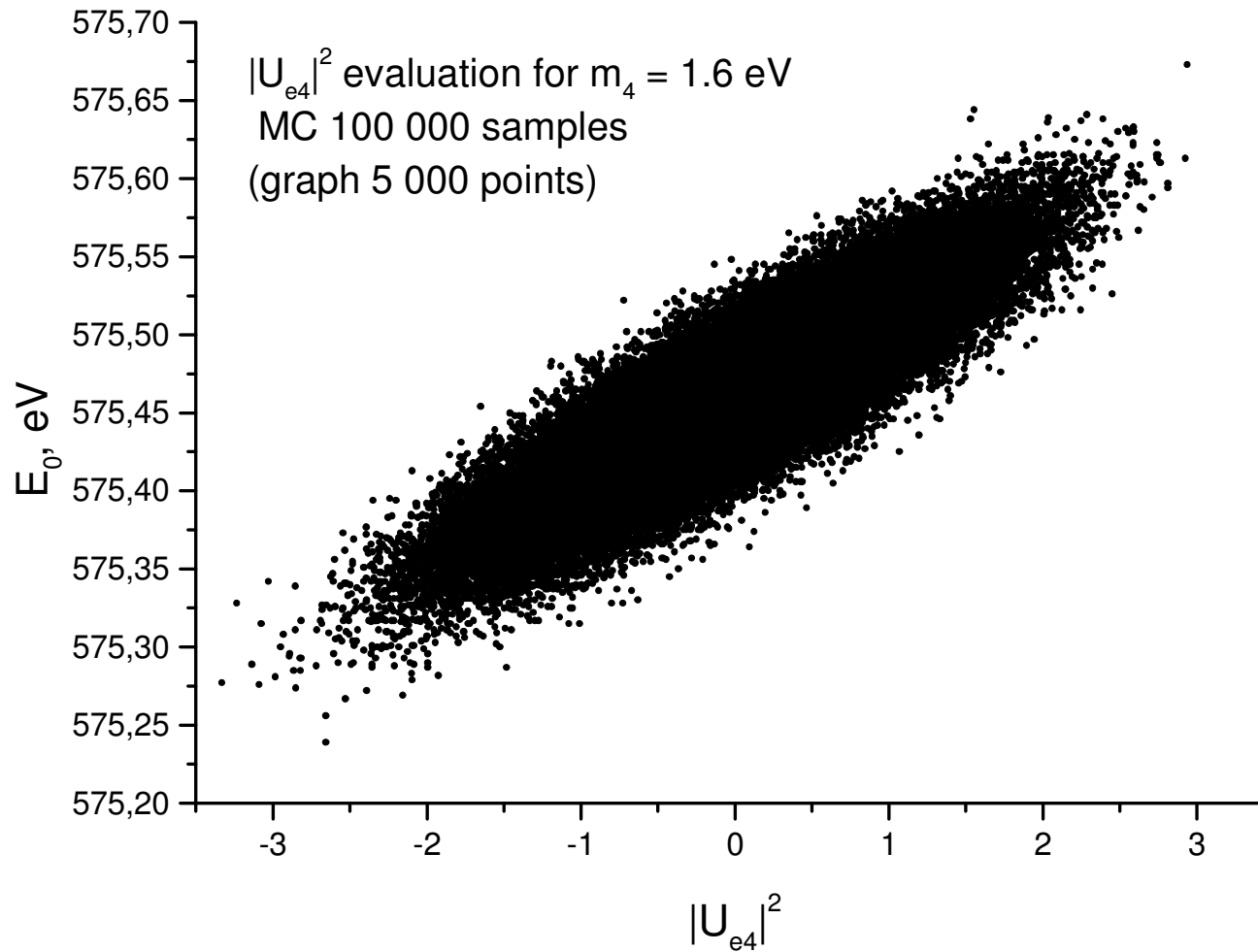
MC input = 12.147 mHz

Histogram mean = 12,1479 +/- 0,0003

MC – моделирование. 100 000 испытаний



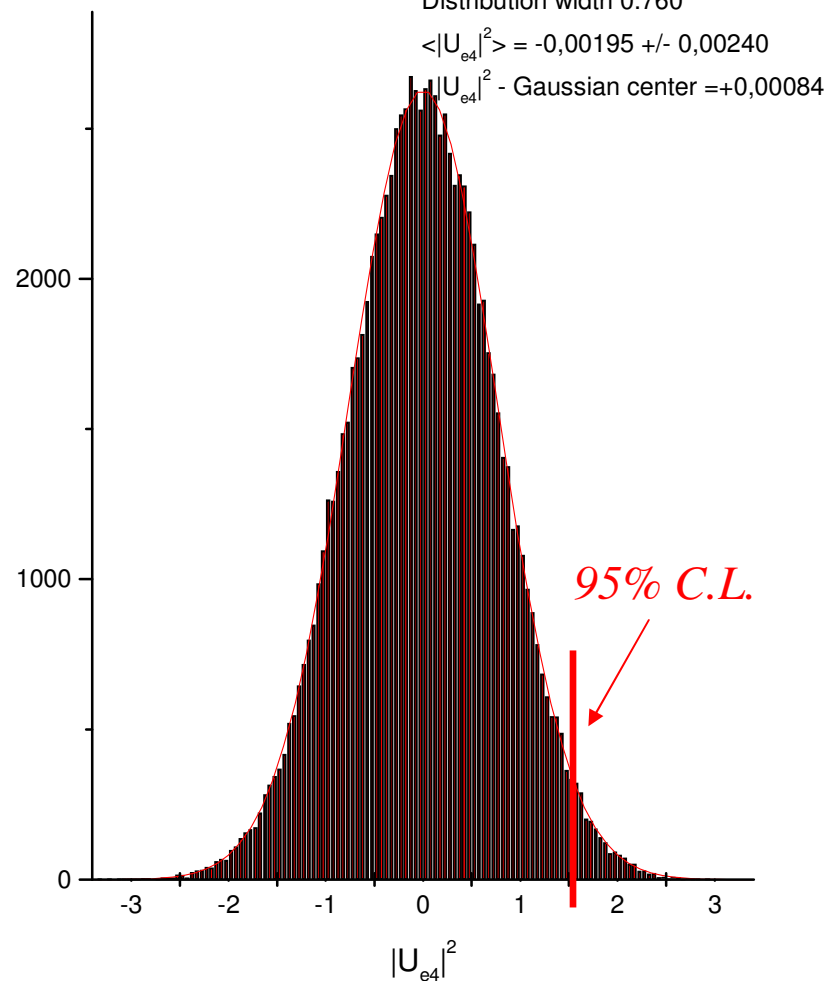
MC – моделирование. 100 000 испытаний



MC – моделирование. 100 000 испытаний



$|U_{e4}|^2$ evaluation for $m_4 = 1.6$ eV
 MC 100 000 samples
 Distribution width 0.760
 $\langle |U_{e4}|^2 \rangle = -0,00195 \pm 0,00240$
 $|U_{e4}|^2$ - Gaussian center $= +0,00084$



Gary J. Feldman, Robert D. Cousins
 PHYSICAL REVIEW D57 (1998) 3873

x_0	68.27% C.L.	90% C.L.	95% C.L.	99% C.L.
-0.2	0.00, 0.81	0.00, 1.45	0.00, 1.77	0.00, 2.38
-0.1	0.00, 0.90	0.00, 1.55	0.00, 1.86	0.00, 2.48
0.0	0.00, 1.00	0.00, 1.64	0.00, 1.96	0.00, 2.58

$m_4 = 1.6$ eV
 $|U_{e4}|^2 < 0.76 \times 1.96 = 1.49$ 95% C.L.

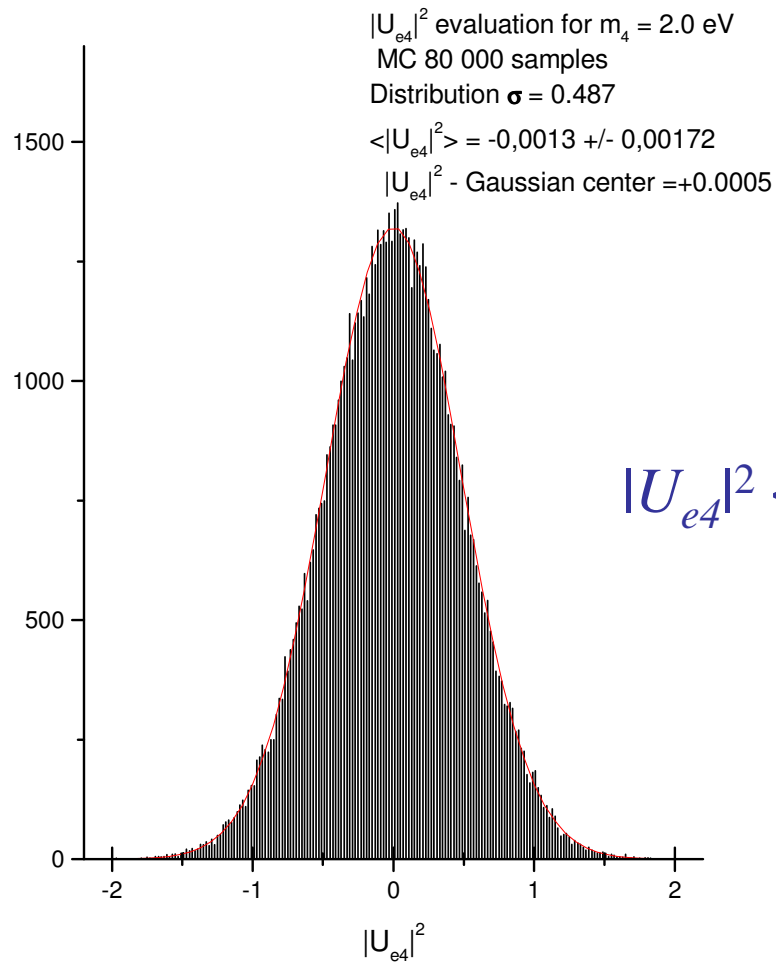


МС – моделирование.
100 000 испытаний

МС – моделирование демонстрирует, что

- предложенная модель анализа,
- примененная к рассматриваемой *статистике*,
- для $m_4 > 1.6$ эВ дает оценку:
- несмещенную;
- имеющую *нормальное* распределение.

MC – моделирование. 100 000 испытаний



$$m_4 = 2.0 \text{ eV}$$
$$|U_{e4}|^2 < 0.487 \times 1.96 = 0.955 \text{ 95\% C.L.}$$

Это не происходит автоматически!



16+



Можно иначе записать
аппроксимирующую функцию:

$$\left(\frac{dN}{dE}\right) = (1 - |U_{e4}|^2) * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_{active}) + |U_{e4}|^2 * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_4)$$

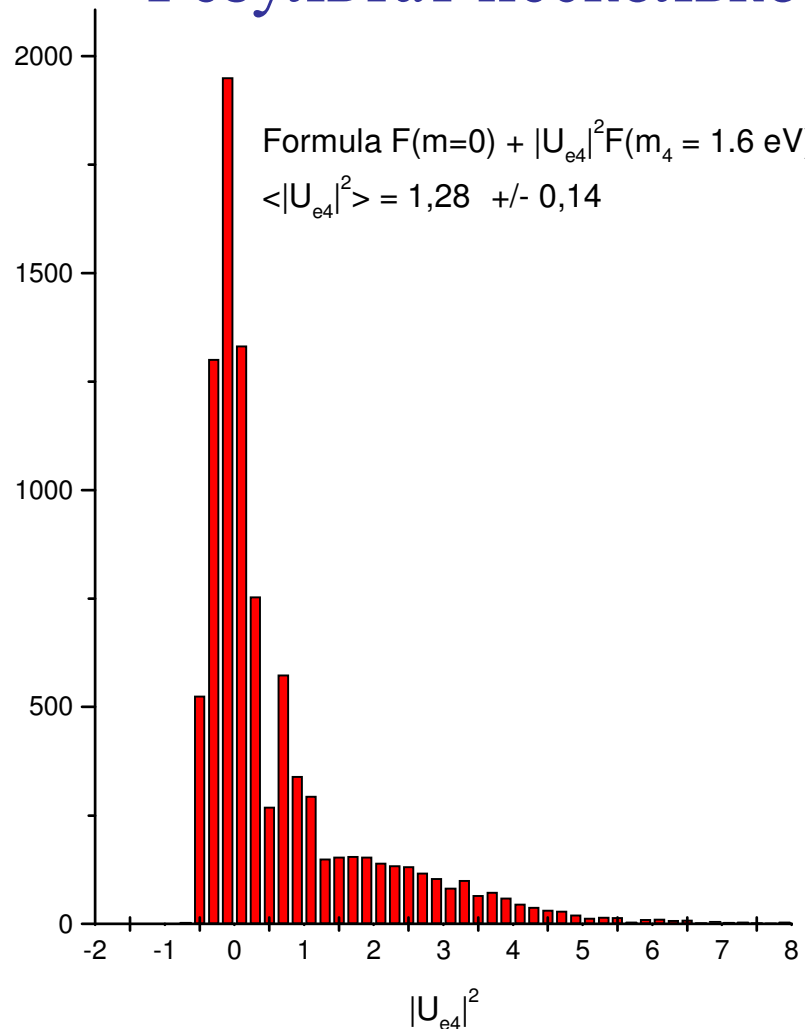
Сейчас при $|U_{e4}|^2 > 1$ вес основного спектра отрицательный: $(1 - |U_{e4}|^2) < 0$, что совсем «нефизично». Можно запретить отрицательную область записав:

$$\left(\frac{dN}{dE}\right) = \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_{active}) + |U_{e4}|^2 * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_4)$$

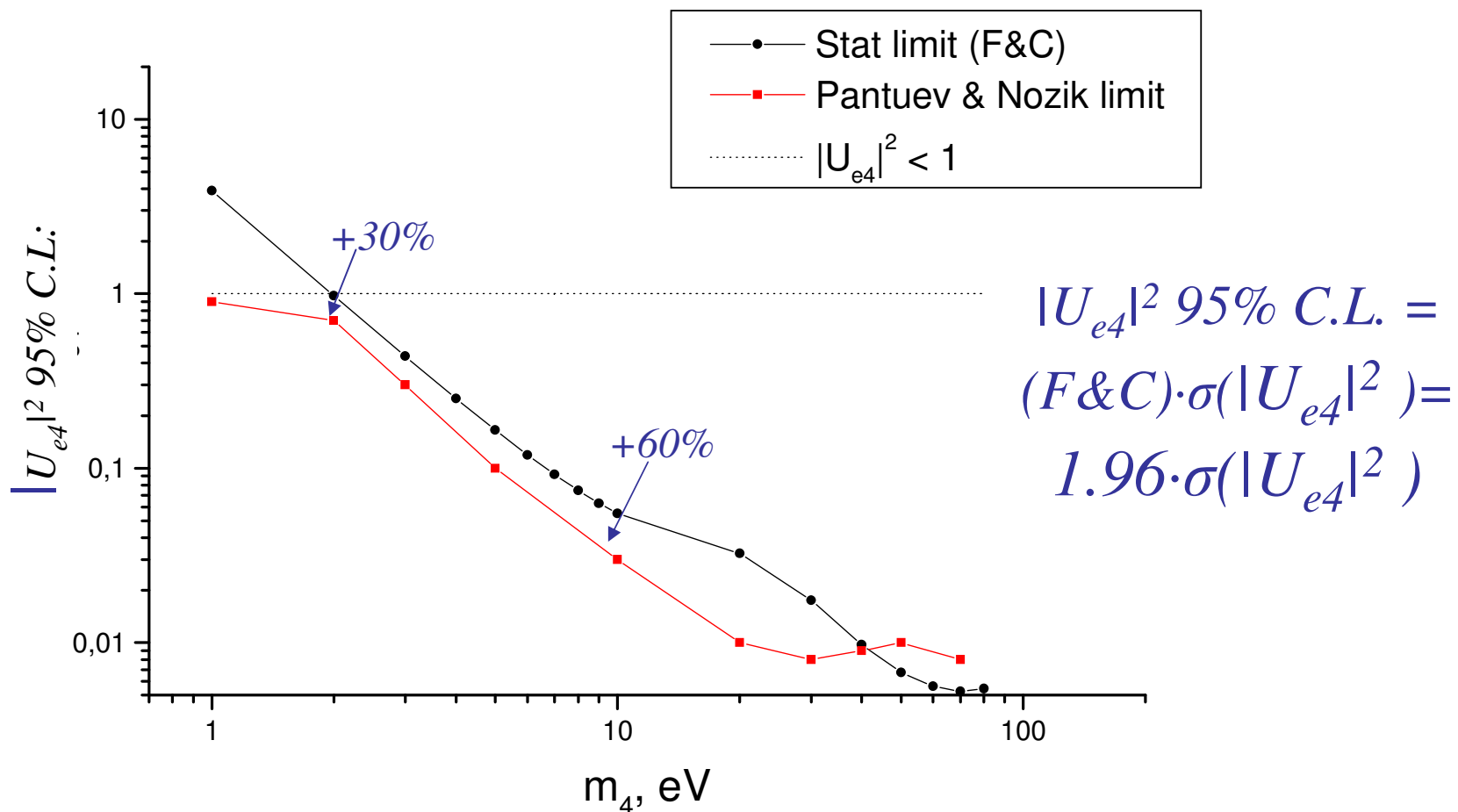
Наличие общего нормировочного множителя делает такую запись эквивалентной первой при $(1 - |U_{e4}|^2) > 0$



Можно иначе записать
аппроксимирующую функцию:
Результат несколько неожиданный



Чувствительность к стерильному нейтрино для модельного спектра



Оценка точности модели



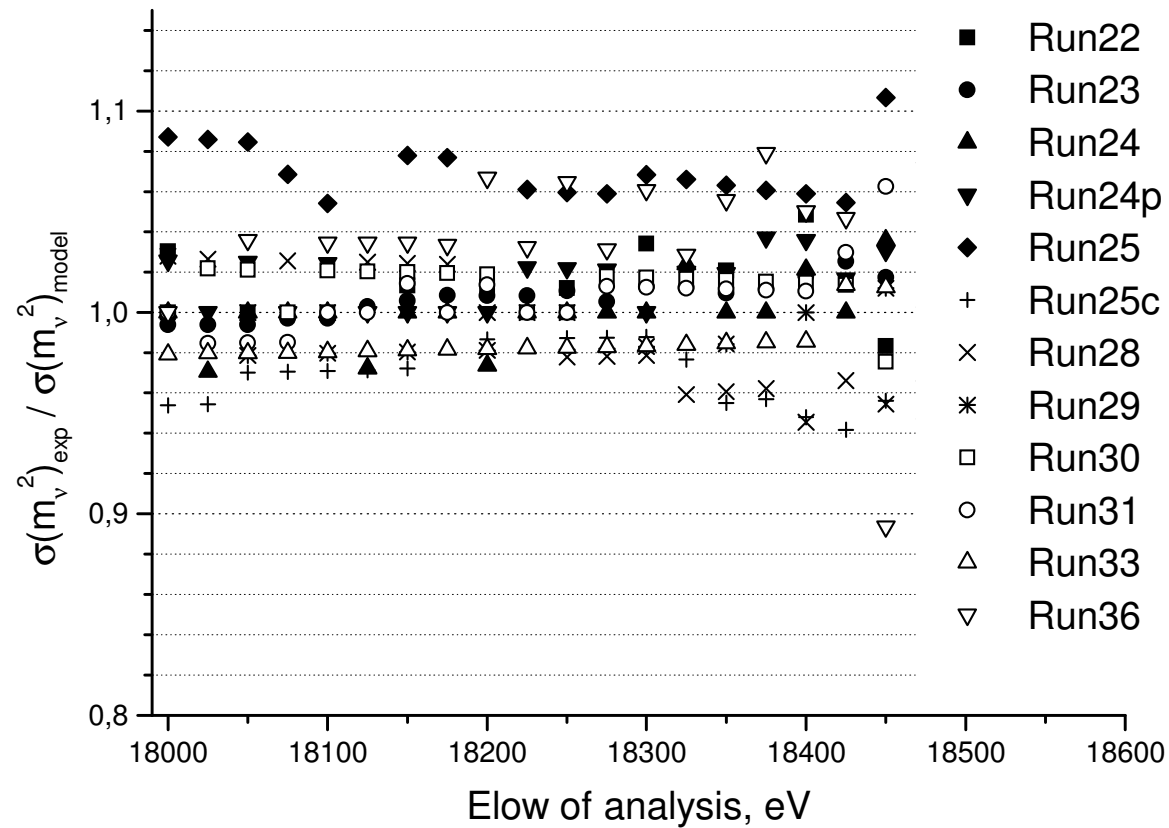
Возникают вопросы:

- Чувствительность к массе нейтрино определяется отношением сигнал/фон. Для активного нейтрино это фон установки, для стерильного – сигнал активного нейтрино. Для разных сеансов отношение чувствительностей может отличаться от Run23.
- Статистическая ошибка может зависеть от величины χ^2



Оценка точности модели

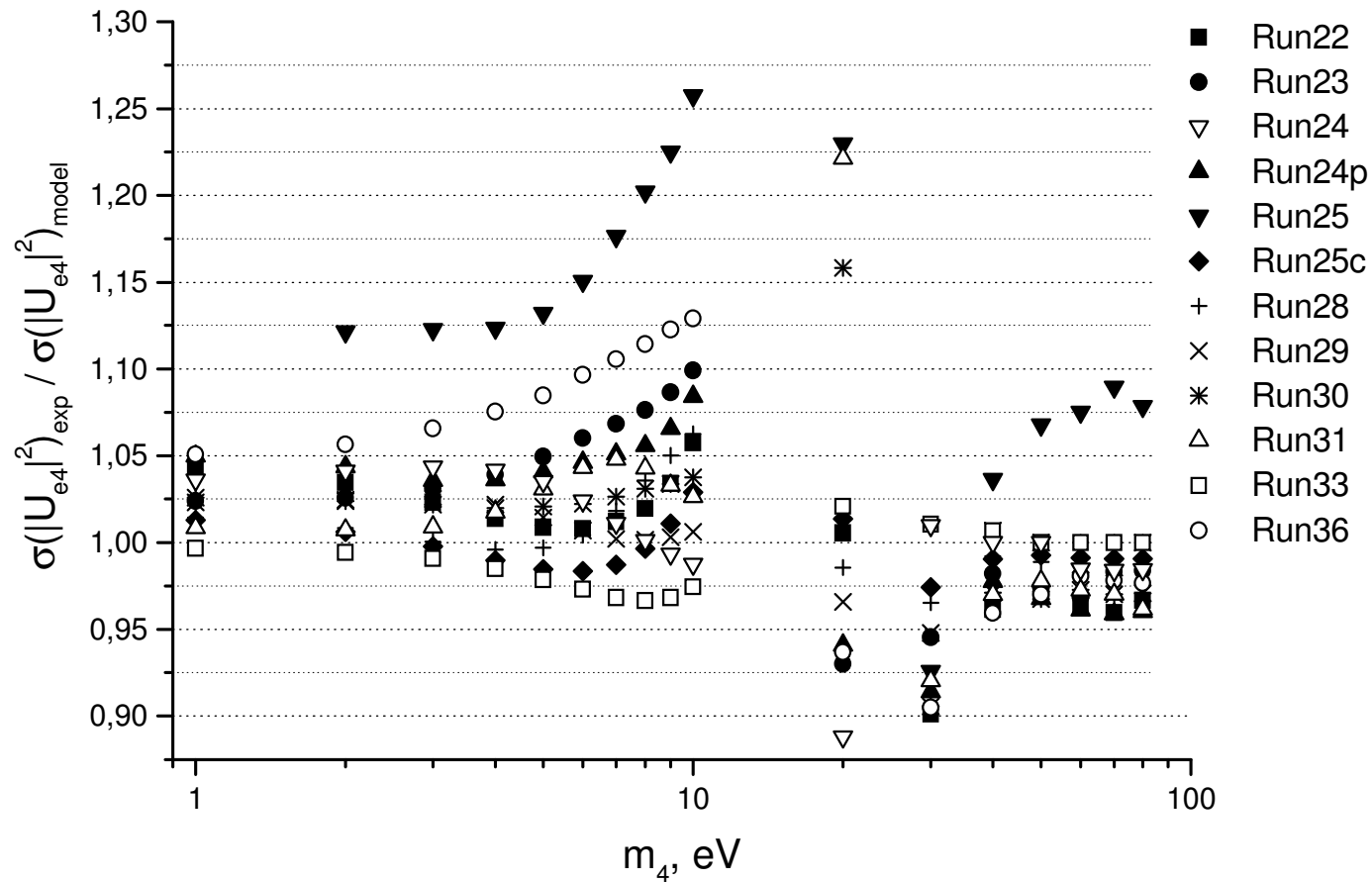
Отношение статистических ошибок квадрата массы активного нейтрино для реальных и модельных спектров (-4 ÷ +6)% по 12 сеансам



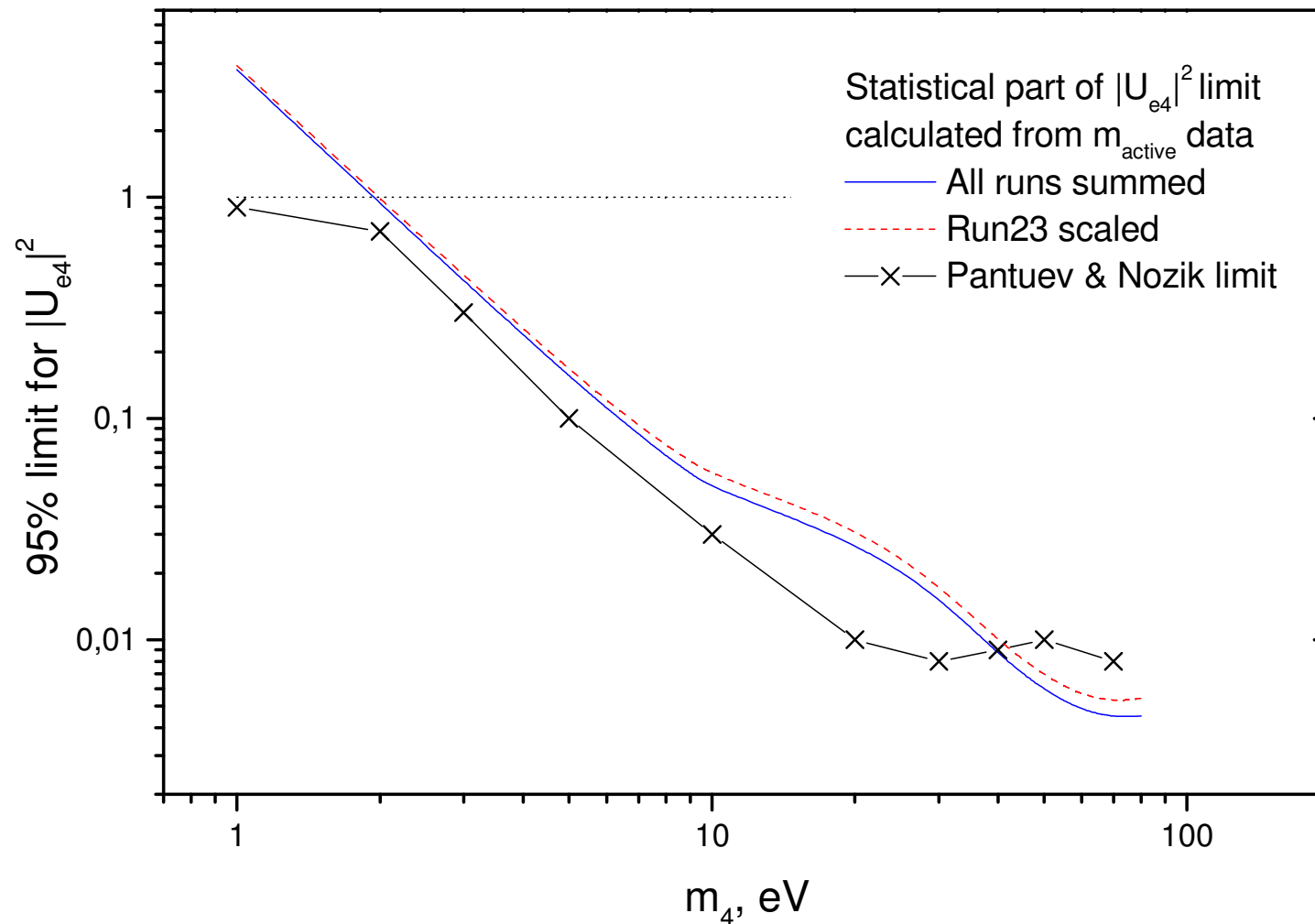


Оценка точности модели

Отношение статистических ошибок веса стерильных нейтрино для реальных и модельных спектров (-5 ÷ +10)% по 12 сеансам



Модельный спектр для каждого сеанса Прямое суммирование результатов по сеансам без дополнительной нормировки



Систематические неопределенности



An upper limit on electron antineutrino mass from Troitsk experiment

V. N. Aseev, A. I. Belesev, A. I. Berlev, E. V. Geraskin, A. A. Golubev,
N. A. Likhovid, V. M. Lobashev, A. A. Nozik, V. S. Pantuev, V. I. Parfenov,
A. K. Skasyrskaya, F. V. Tkachov, S. V. Zadorozhny

Phys. Rev. D 84 (2011) 112003

$$m_\nu^2 = -0.67 \pm 1.89_{stat} \pm 1.68_{syst} eV^2.$$

В систематическую погрешность основной вклад дает
неопределенность толщины источника $\pm 3\%$.

По нашим расчетам сдвиг толщины в 3% дает изменение m_ν^2
на $1.18 eV^2$, что позволяет предполагать сравнимый вклад
в систематическую ошибку от других источников



Систематические неопределенности

Систематическая неопределенность в определении массы активного нейтрино означает неопределенность в задании подгоночной функции, т.е. то что считается подгоночной функцией:

$$\left(\frac{dN}{dE}\right) = (1 - |U_{e4}|^2) * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_{active} = 0) + |U_{e4}|^2 * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_4)$$

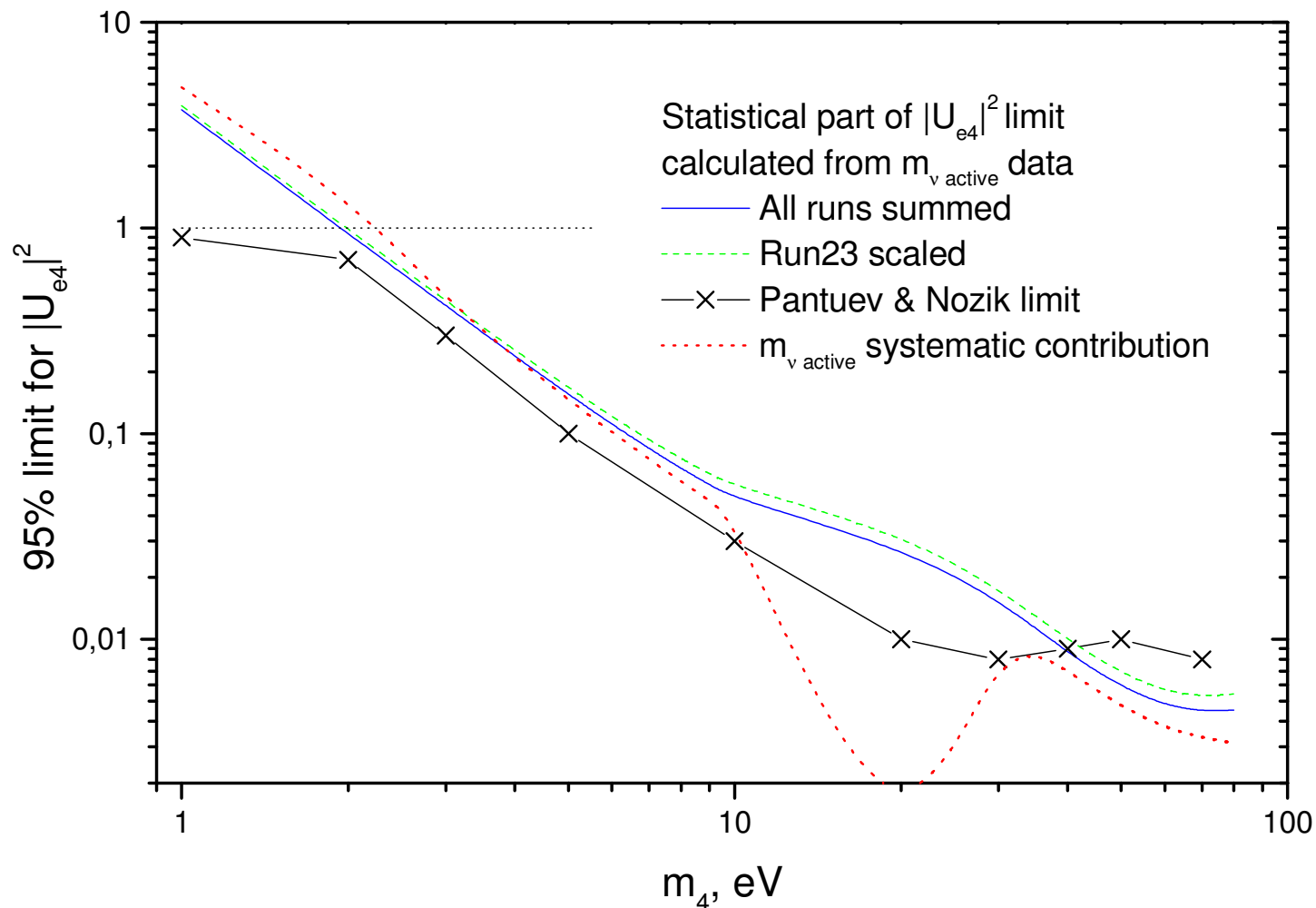
На самом деле может быть:

$$\left(\frac{dN}{dE}\right) = (1 - |U_{e4}|^2) * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_{active}^2 = \pm 1.68 eV^2) + |U_{e4}|^2 * \left(\frac{dN}{dE}\right)(m_4)$$

Систематические неопределенности Вклад неопределенности подгоночной функции



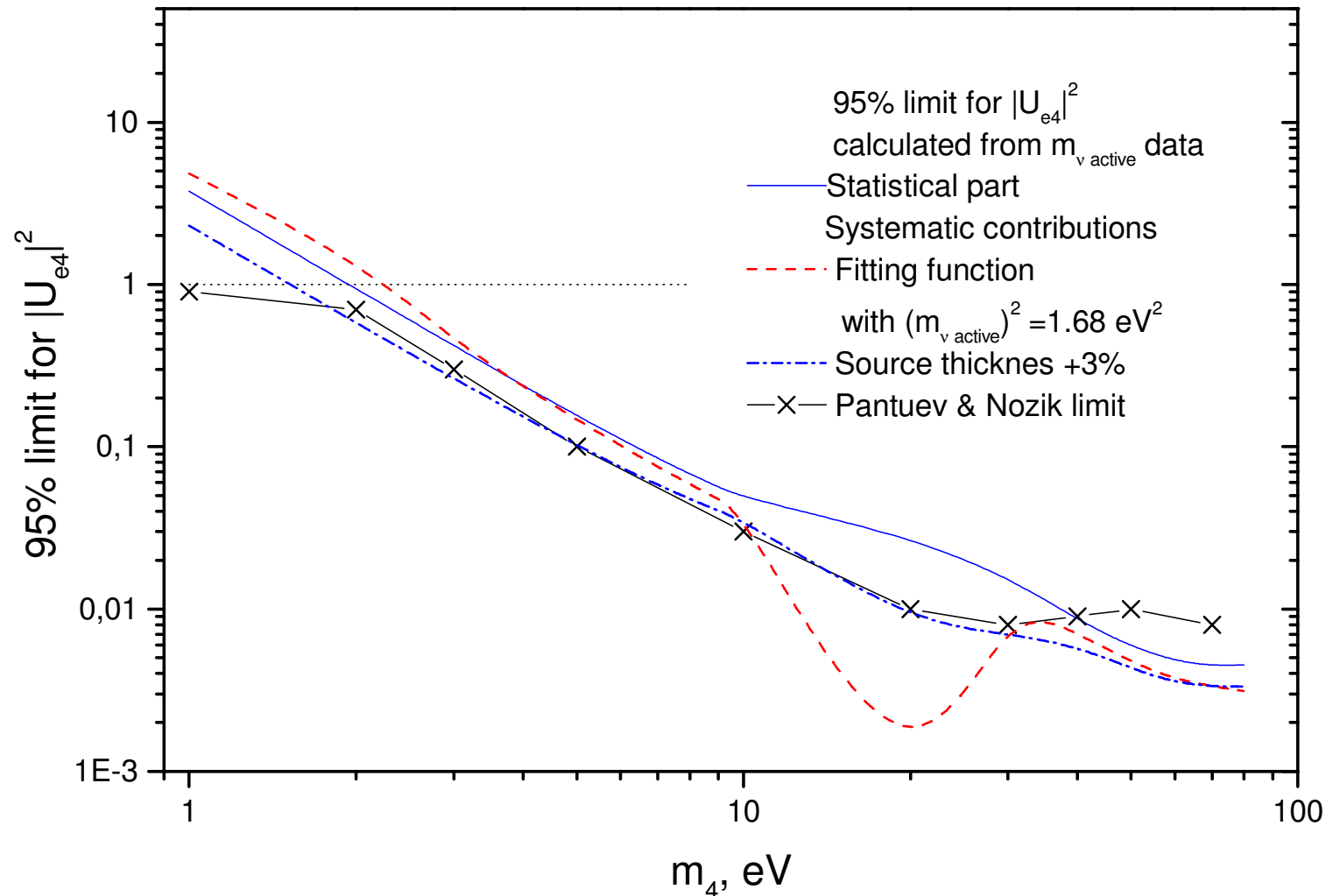
$$m^2_{active} = \pm \sigma_{sys}(m^2_{active})$$



$$95\% C.L. = 1.96 \cdot \Delta |U_{e4}|^2$$



Систематические неопределенности Вклад неопределенности подгоночной функции *Толщина источника = $\pm 3\%$*



Происхождение ограничения на $|U_{e4}|^2$ в области малых m_4



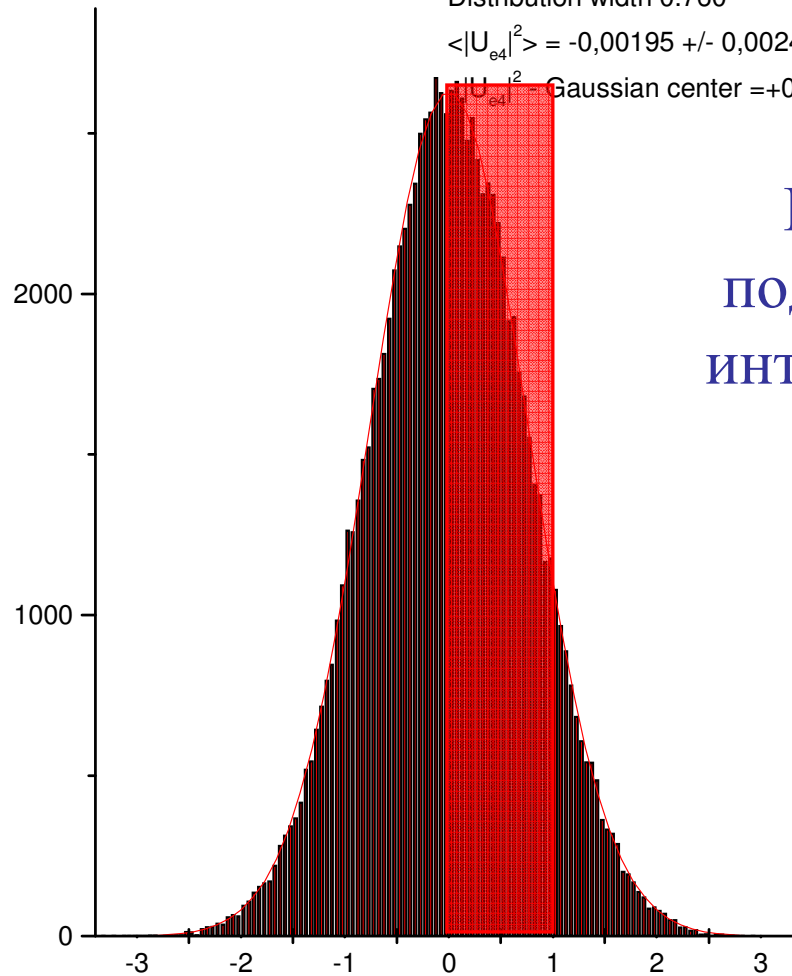
$|U_{e4}|^2$ evaluation for $m_4 = 1.6$ eV

MC 100 000 samples

Distribution width 0.760

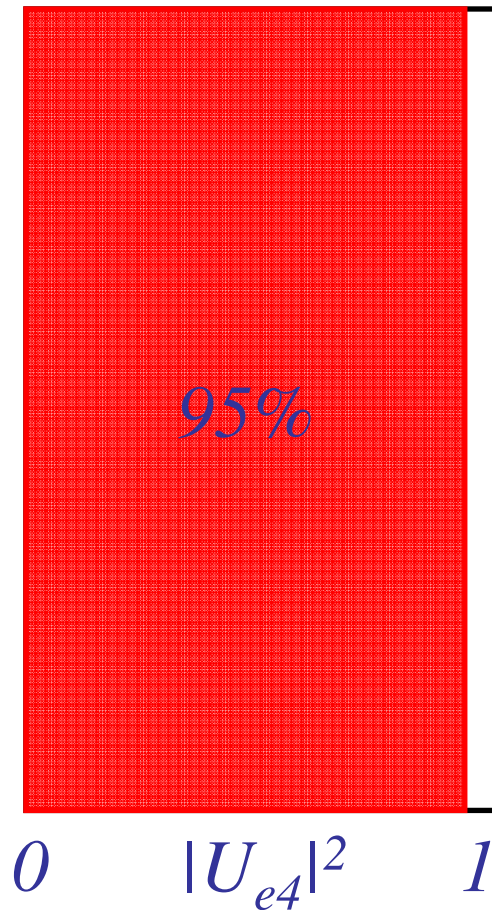
$\langle |U_{e4}|^2 \rangle = -0,00195 \pm 0,00240$

$|U_{e4}|^2$ - Gaussian center = +0,00084



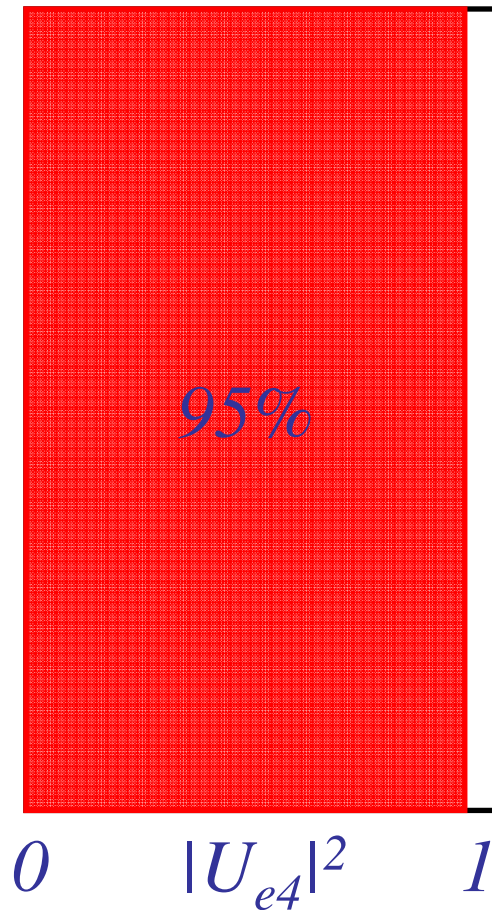
В соответствии с «Байесовским
подходом» в расчет доверительного
интервала включалась только область
параметров, соответствующая
«априорному» интервалу
 $0 < |U_{e4}|^2 < 1$

Происхождение ограничения на $|U_{e4}|^2$ в области малых m_4



Действительно, при близком к
прямоугольному в интервале $[0,1]$
распределению $|U_{e4}|^2$,
95% событий будет лежать в
интервале $[0,0.95]$!!

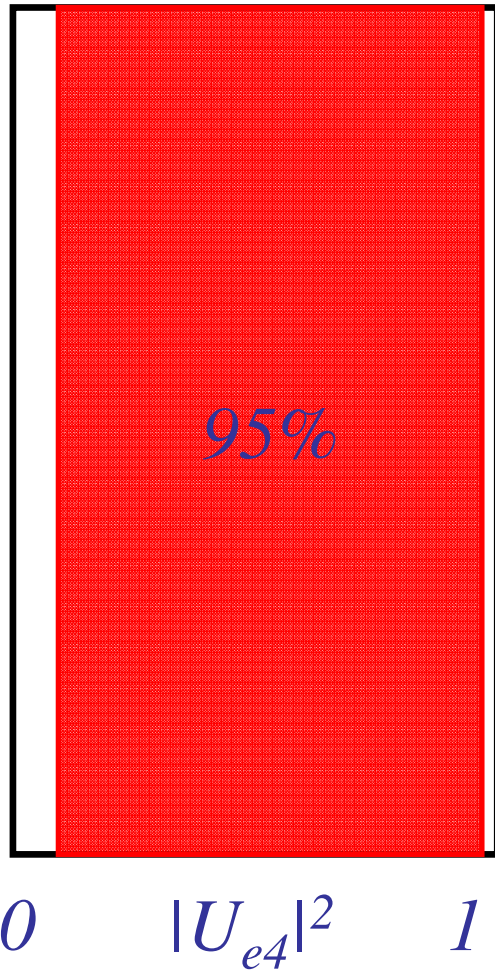
Происхождение ограничения на $|U_{e4}|^2$ в области малых m_4



Действительно, при близком к
прямоугольному в интервале $[0,1]$
распределению $|U_{e4}|^2$,
95% событий будет лежать в
интервале $[0,0.95]$!!

Приличный результат из
из любого мусора!!

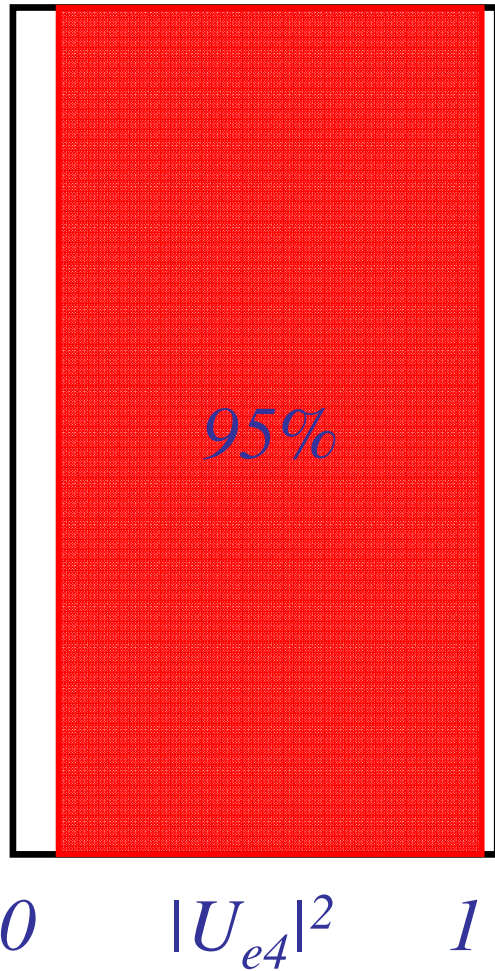
Происхождение ограничения на $|U_{e4}|^2$ в области малых m_4



Этот подход можно развивать!

Отсекаем не верхнюю,
а нижнюю часть интервала!

Происхождение ограничения на $|U_{e4}|^2$
в области малых m_4



С таким же успехом:

$$|U_{e4}|^2 > 0.05 \text{ на } 95\% \text{ C.L.}$$

СТЕРИЛЬНОЕ НЕЙТРИНО
ОБНАРУЖЕНО!!!

Вопросы (*Prof. Christian Weinheimer*):

Ответы (*Н.А. Титов*)



2. Как согласуется предел на массу активного нейтрино $m_\nu < 2,05$ эВ с ограничением на стерильное нейтрино с $m_4 = 1$ эВ ?

Ограничения примесь стерильного нейтрино в области нескольких эВ являются отражением в большей степени «априорных предположений», чем экспериментальных данных.

3. Почему вклад систематических погрешностей много меньше статистических для стерильного нейтрино и примерно равен для активного?

Вклад систематических погрешностей, как минимум, совпадает с приведенным в публикации верхним пределом примеси.

1. Почему, при практически одинаковой чувствительности к активному нейтрино, чувствительность к стерильному нейтрино более чем в два раза лучше?

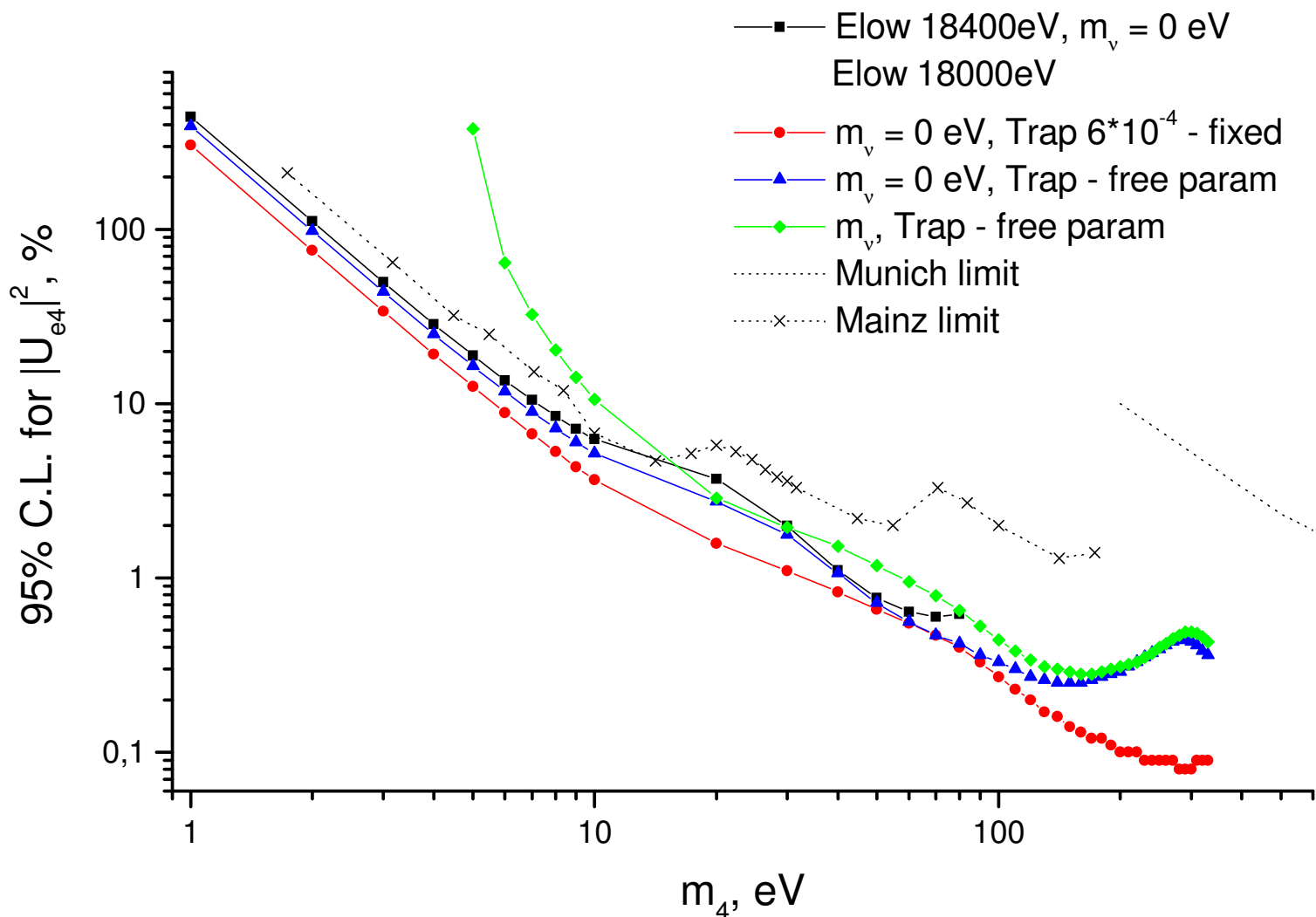
Предел на примесь стерильного нейтрино, приведенный в публикации меньше статистического предела на фактор 1.3 (скорее больше, см. п.2) ÷ 1.6, что вместе с систематической неопределенностью (п.3) сводит отличие к фактору 1.2, который близок к тому, что следовало ожидать из данных по активному нейтрино.



Как можно обрабатывать старые данные

1. Интервал анализа от 18 000 В для лучшего учета систематики.
2. Масса активного нейтрино – свободный параметр для эффективного учета аномалий в конце спектра.
3. Более детальное исследование эффекта «треппинга» и включение его в число свободных параметров.

Как можно обрабатывать старые данные

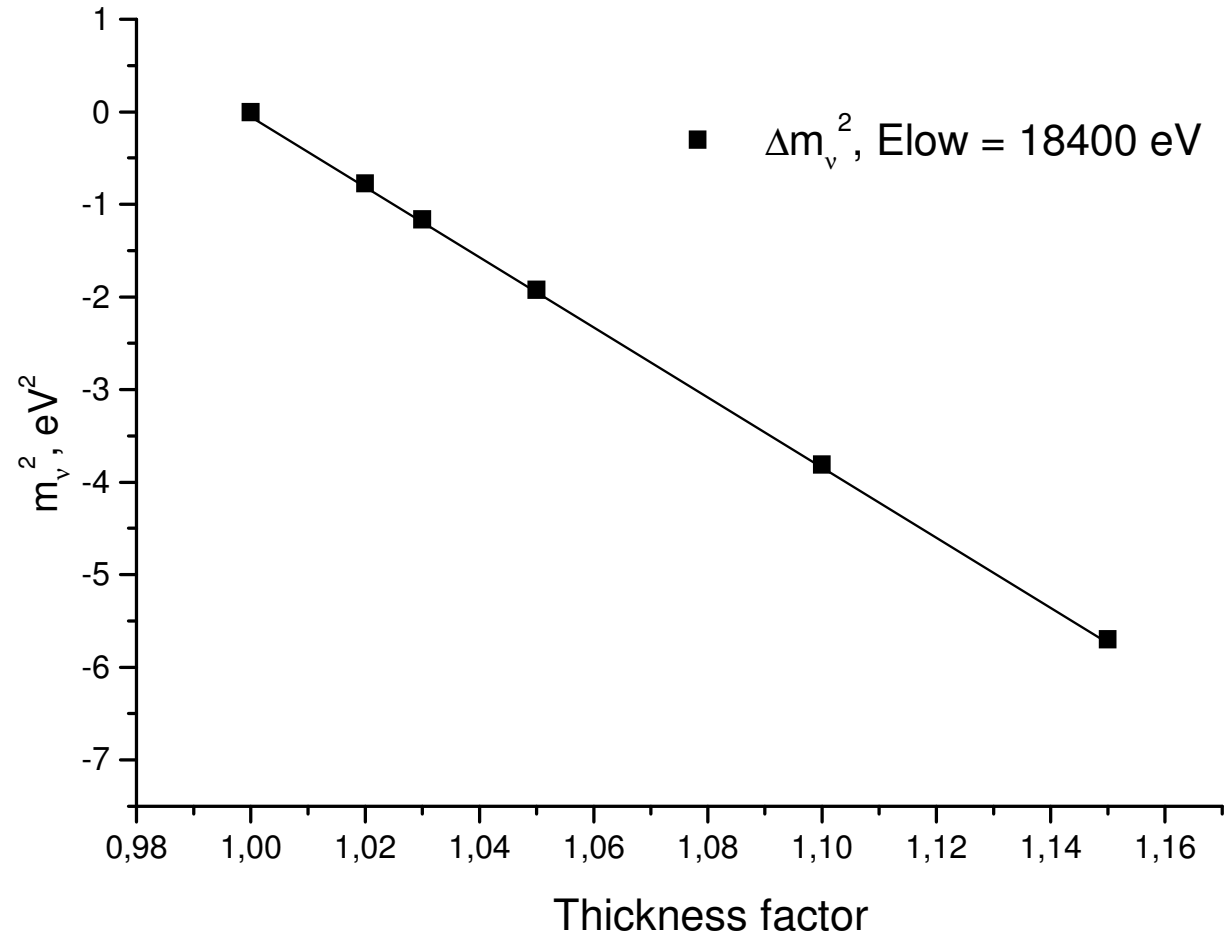




На этом месте можно остановиться.

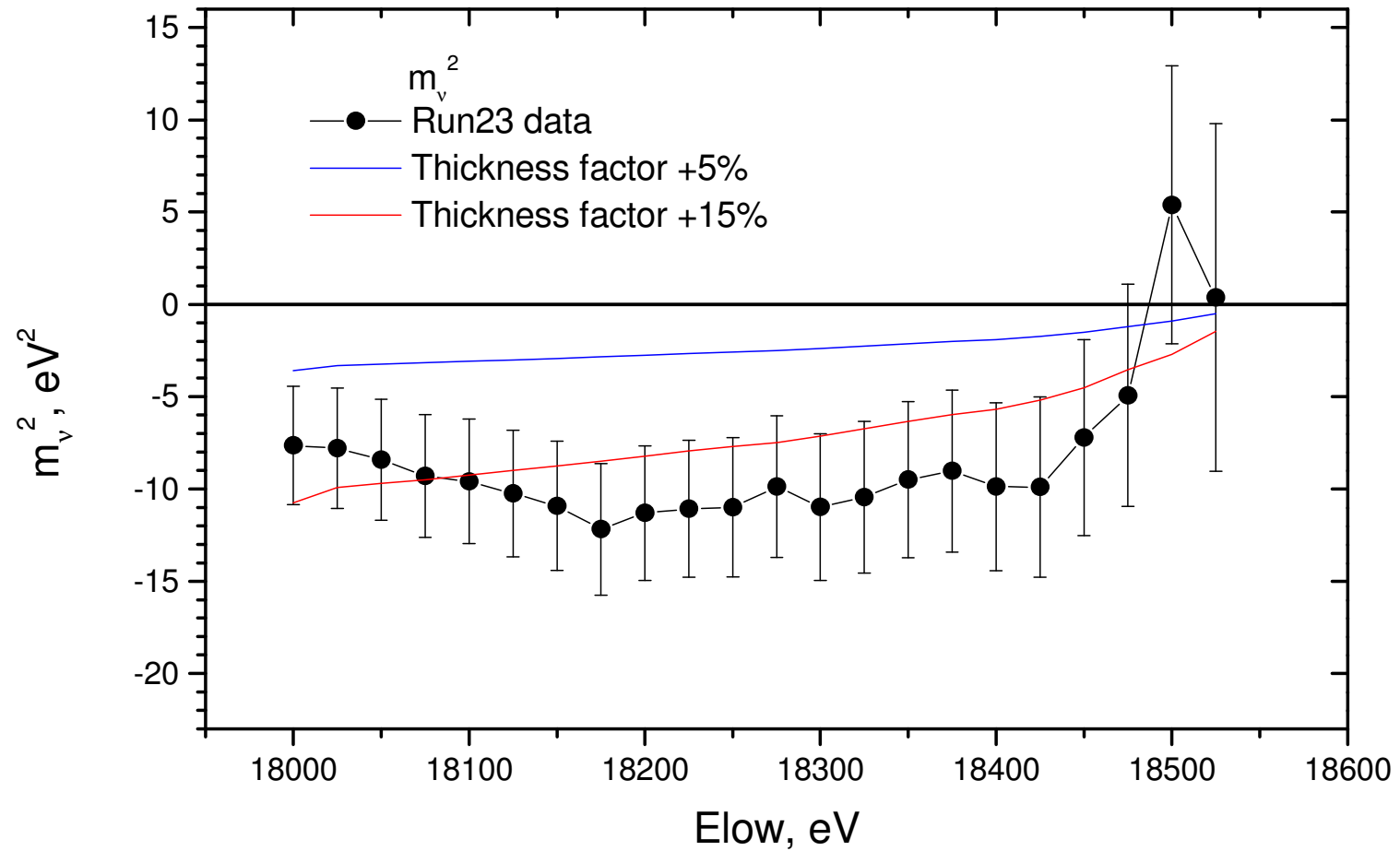


Сегодня.





Систематика: толщина источника





Серьёзная проблема анализа данных -
избежать стремления подогнать результат
обработки к ожидаемому

Blind Analysis

Proposal of a Recipe

Joachim Wolf, Alan Poon
24. KATRIN Collaboration Meeting
KIT, 13.3.2013

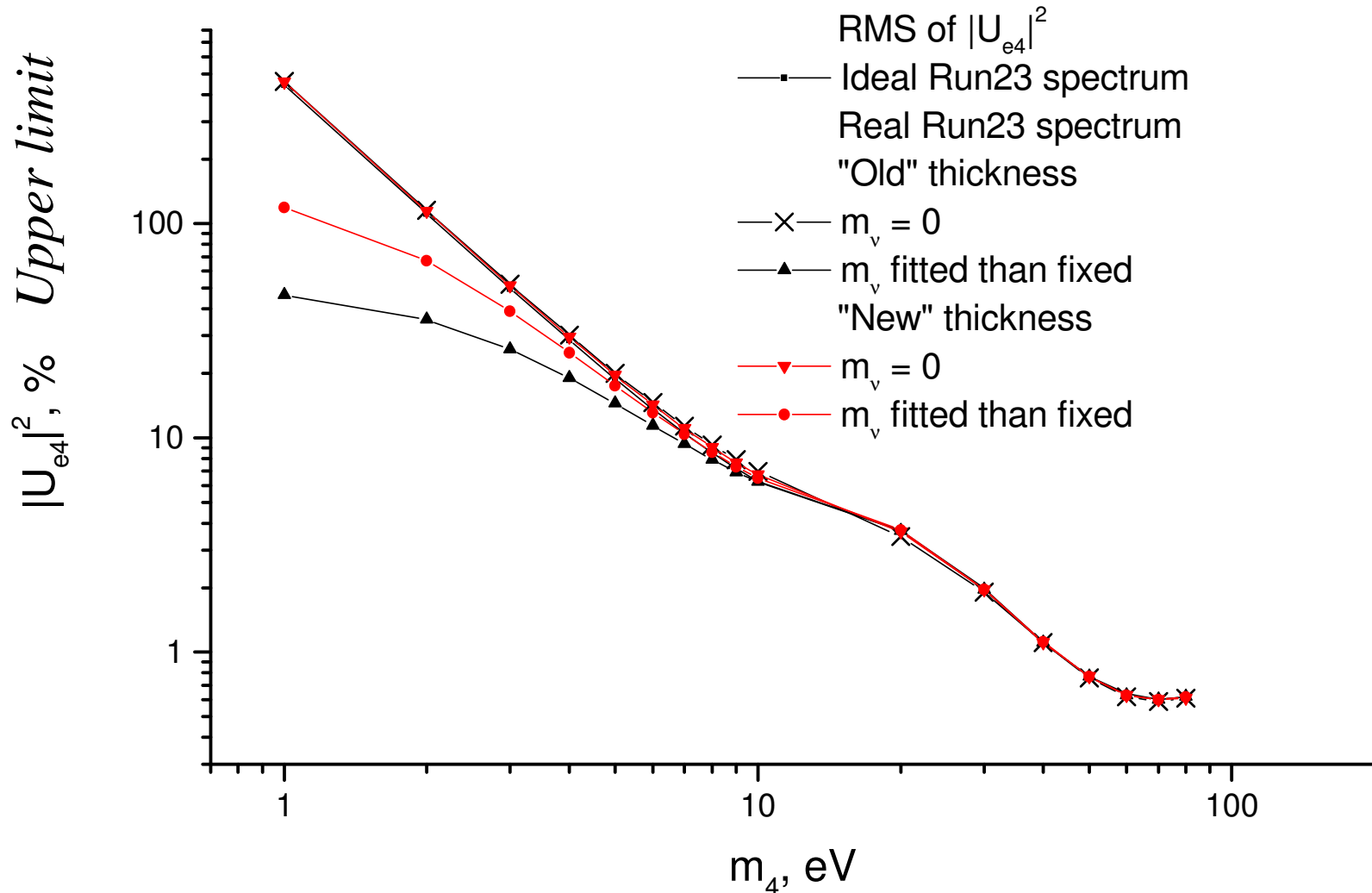


Sources of experimenters' biases

- Statistical or instrumental/systematic biases can usually be measured, modeled and corrected for in the analysis. This is not true for experimenters' biases (can you do a Monte Carlo of your own decision-making process, and evaluate the associated uncertainty?).
- Sources of experimenters' biases:
 - Tune data selection criteria (cuts) to match the answer to expected values (from theory or previous measurements).
 - Extensive checks (e.g. hunting for bugs) if the answer does not agree with expectation, then stop checking once agreement is achieved. These checks usually lead to corrections to the answer to better match the expectation.
 - Invent systematic uncertainties when the answer does not agree with expectation.
 - Stop data taking once the answer agrees with expectation.
 - Choose from an ensemble of independent analyses one that comes out "right". That may be the one with the largest error bar!
 - Rare events that cannot be explained are removed by hand or by a new cut.



Аномалия в близи конца спектра



Поиск сигнала стерильных нейтрино в широком диапазоне масс

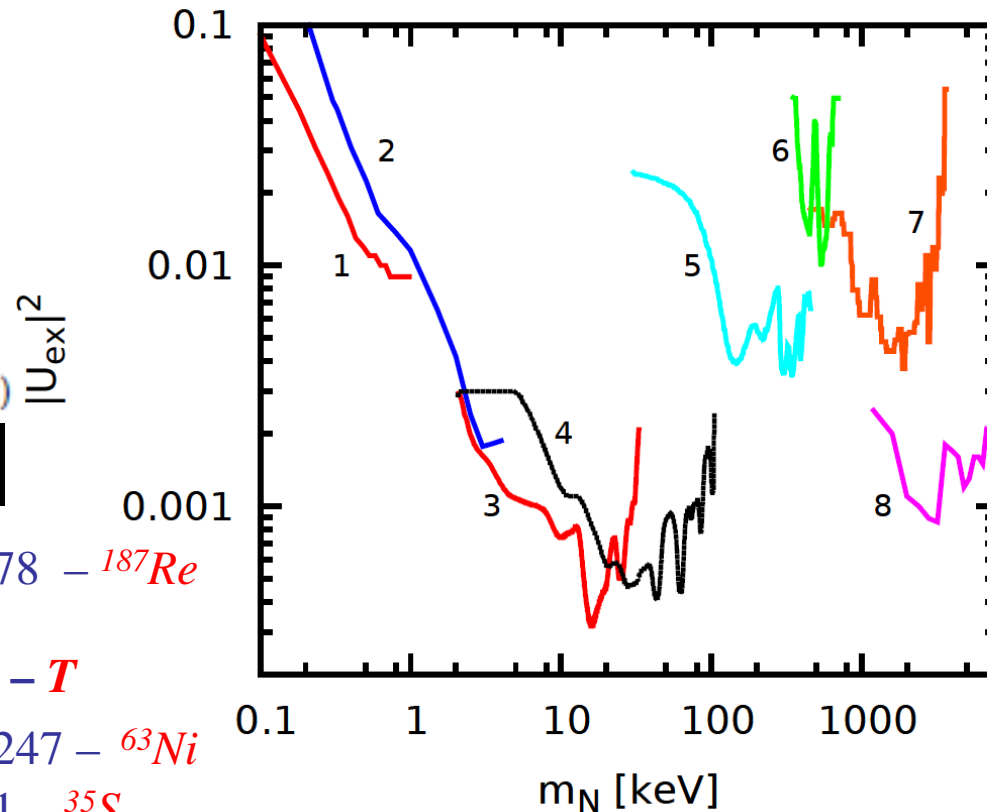


J. Beringer et al. (Particle Data Group)

PR D86, 010001 (2012) (URL: <http://pdg.lbl.gov>)

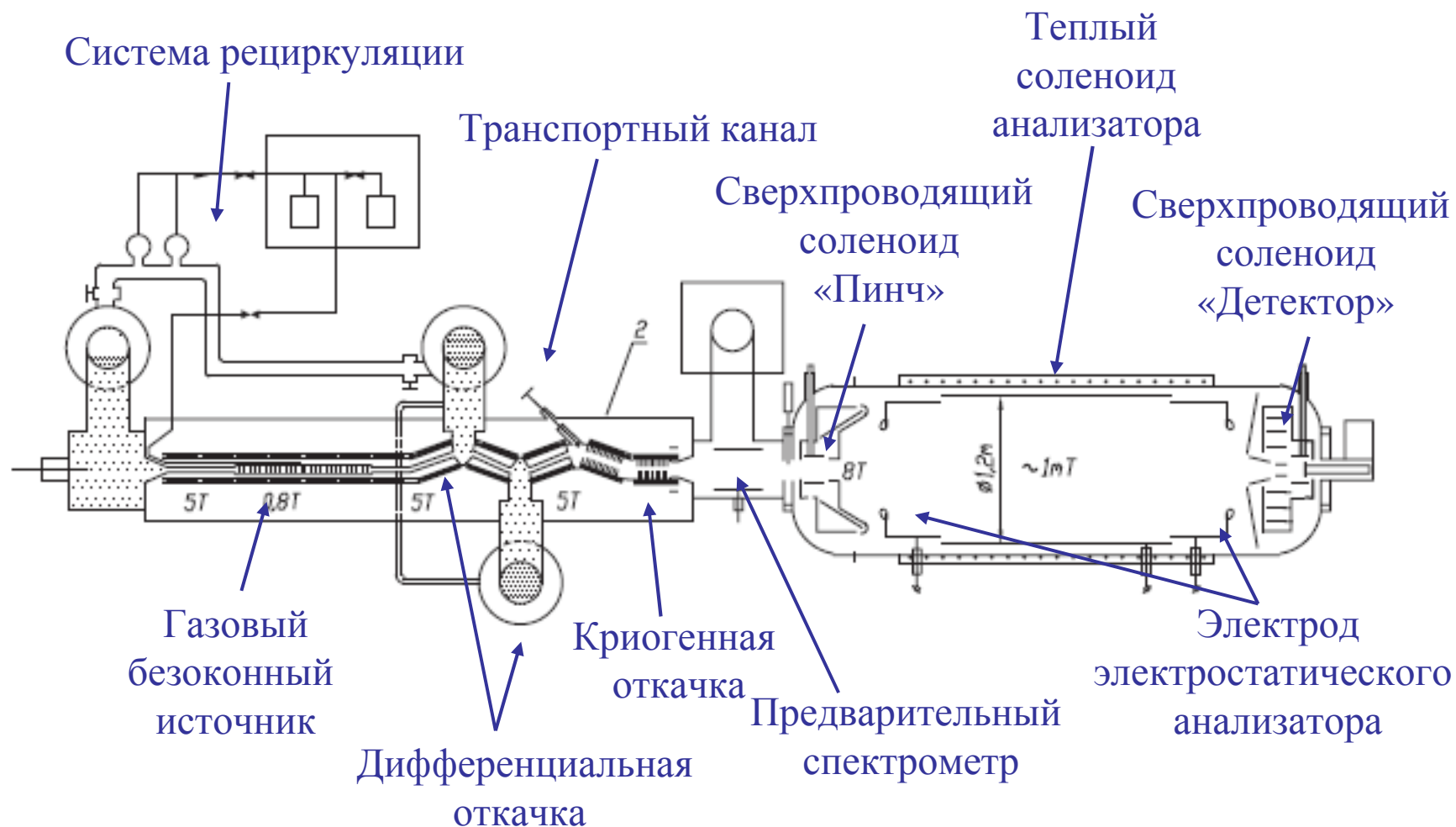
Heavy Neutral Leptons, Searches for

- [1] M. Galeazzi et al., PRL 86 (2001) 1978 – ^{187}Re
- [2] **K.H. Hiddeemann, H. Daniel,
O. Schwentker, JPG 21 (1995) 639 – T**
- [3] E. Holzschuh et al., PL B451 (1999) 247 – ^{63}Ni
- [4] E. Holzschuh et al., PL B482 (2000) 1 – ^{35}S
- [5] K. Schreckenbach et al., PL 129B (1983) 265
- [6] M.M. Hindi et al., PR C58 (1998) 2512
- [7] M. Trinczek et al., PRL 90 (2003) 012501
- [8] J. Deutsch, M. Lebrun, R. Prieel NP A518 (1990) 149



Необходимо измерять спектр трития
до ≈ 9 кэВ!

Установка «Троицк V-масс»



2003: завершение сбора данных по массе электронного антинейтрино.



Nuclear Physics A719 (2003) 153c–160c



www.elsevier.com/locate/npe

The search for the neutrino mass by direct method in the tritium beta-decay and perspectives of study it in the project KATRIN

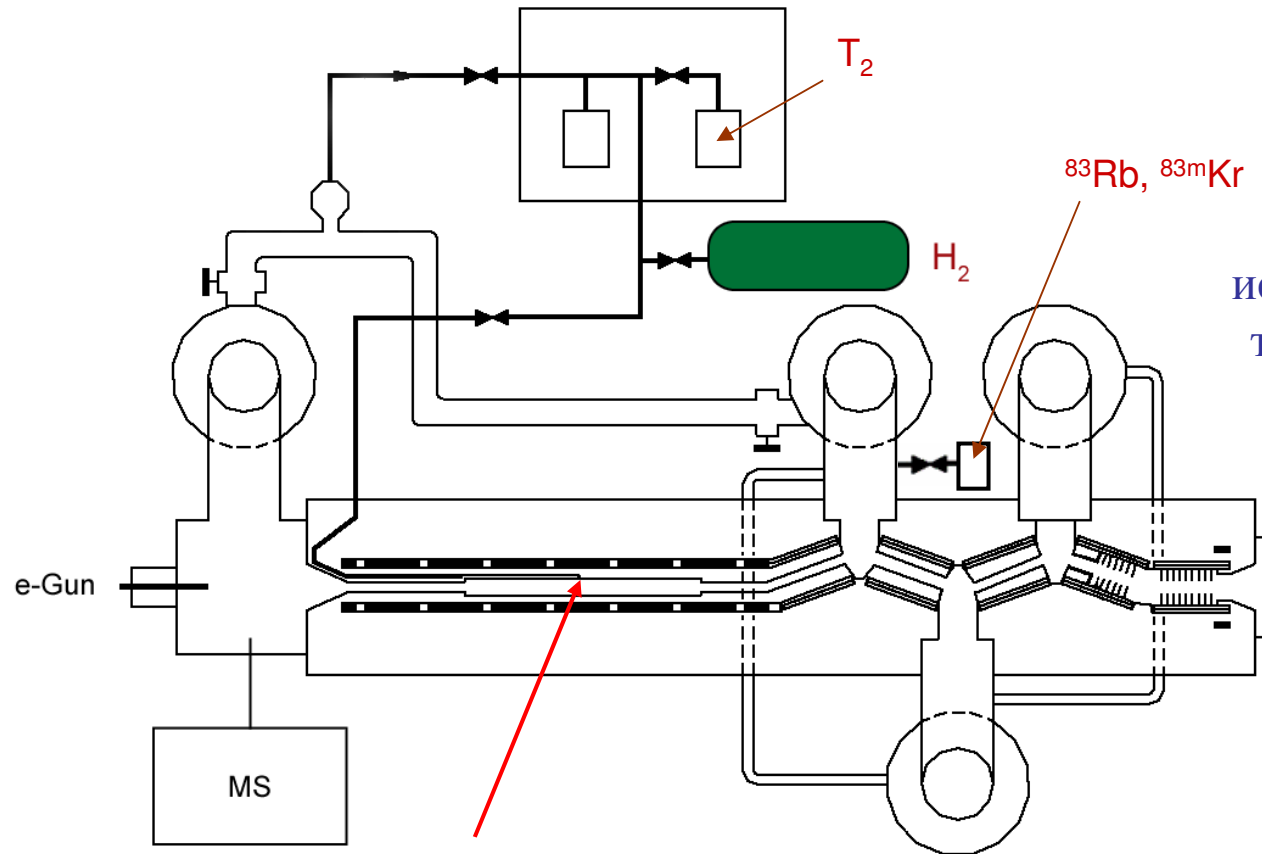
V.M. Lobashev*

*Institute for Nuclear Research of the Russian Academy of Sciences 60th October Anniv. prospect 7a, 117312 Moscow, Russia

The updated results of the search for neutrino mass in the tritium beta-decay on the Troitsk nu-mass and Neutrino Mainz set-ups are presented. Both groups give an upper limit for the neutrino mass at 95% $m_\nu < 2.05 \text{ eV}/c^2$ in Troitsk and $m_\nu < 2.2 \text{ eV}/c^2$ in Mainz. Further improvement is limited both by statistic and systematic errors. In order to enter in the cosmologically important sub-electronvolt area the collaboration of groups from Karlsruhe Forschungszentrum, Mainz, Troitsk et al. proposed a new advanced project KATRIN. The status of the project is presented.

Источник

Экспериментальные возможности



Светимость газового
источника $5,4 \text{ стер} \cdot \text{см}^2$,
толщина $1 \cdot 10^{17} \text{ мол/см}^2$

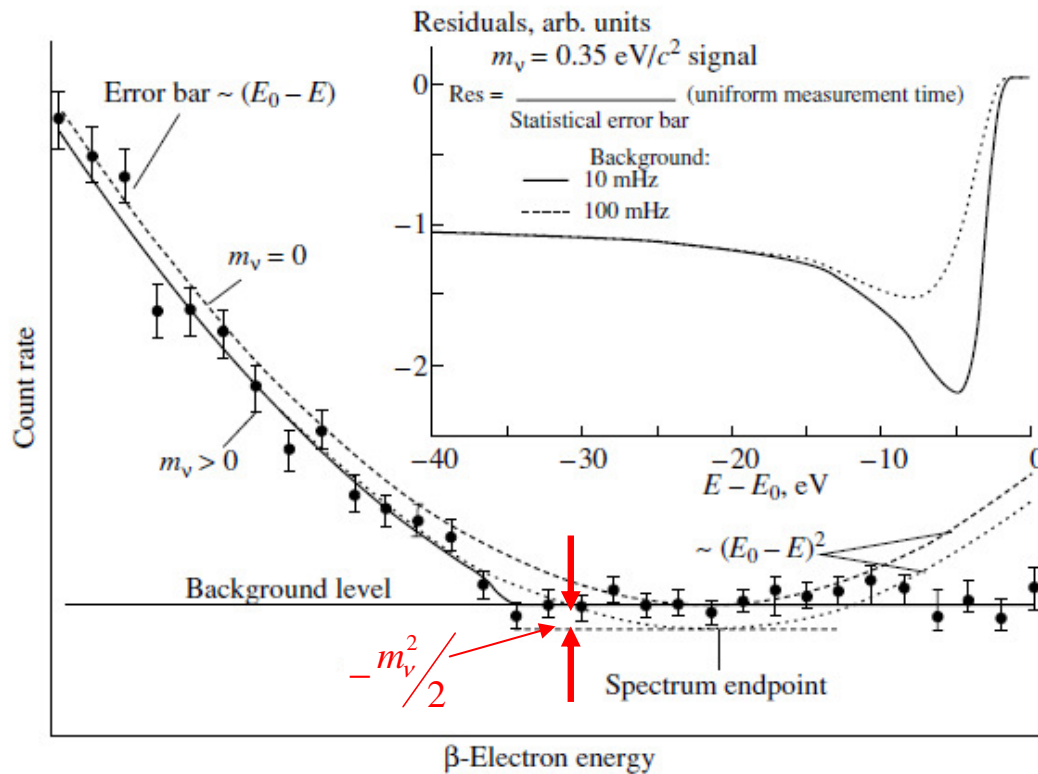
Температура газа
в источнике
 $20\text{K} \dots 110\text{K}$

Трубка источника подогревается



Форма спектра при $m_\nu > 0$

$$\frac{dN}{dE} = K \times F(Z, E) \times p \times E_{\text{tot}} \times (E_0 - E) \times [(E_0 - E)^2 - m_\nu^2]^{1/2}$$



$$\frac{dN}{dE} \sim (E_0 - E)^2 - m_\nu^2 / 2$$

