На правах рукописи

Иванова Инна Дмитриевна

Сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации

1.3.3 — теоретическая физика

АВТОРЕФЕРАТ
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Москва — 2024

Работа выполнена в Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН).

Научный руководитель:

Березин Виктор Александрович, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук, отдел теоретической физики, старший научный сотрудник.

Официальные оппоненты:

Бронников Кирилл Александрович, доктор физико-математических наук, профессор, Федеральное государственное унитарное предприятие «Всероссийский научно-исследовательский институт метрологической службы», Центр гравитации и фундаментальной метрологии ВНИИМС, главный научный сотрудник.

Сушков Сергей Владимирович, доктор физико-математических наук, доцент, Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Казанский (Приволжский) федеральный университет», кафедра теории относительности и гравитации Института физики КФУ, заведующий кафедрой.

Ведущая организация:

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», г. Москва.

Защита состоится ____________________в ________ часов на заседании диссертационного совета 24.1.163.01 на базе Федерального государственного бюджетного учреждения науки Института ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН и на сайте по адресу: http://www.inr.ru.

Автореферат разослан ___________________________________

Ученый секретарь
диссертационного совета 24.1.163.01,
кандидат физ.-мат. наук

Демидов Сергей Владимирович

Общая характеристика работы

Актуальность темы исследования и степень ее разработанности

Хорошо известно, что любую теорию поля можно описать с помощью вариационного принципа. В общей теории относительности метрический тензор служит динамической переменной и используется для характеристики гравитационного поля. Действие, используемое в данной вариационной формулировке, представляет из себя действие Эйнштейна-Гильберта, которое имеет второй порядок по производным от метрики. Тем не менее, действие Эйнштейна-Гильберта является простейшим из действий, которые могут воспроизвести уравнения Эйнштейна. Теоретически возможны более сложные действия, включающие производные более высокого порядка, которые бы приводили к тем же решениям в частном случае. Например, известно, что все вакуумные решения уравнений Эйнштейна в четырех измерениях являются также вакуумными решениями квадратичной гравитации.

Вскоре после того как Альберт Эйнштейн сформулировал общую теорию относительности в 1915 году, а Давид Гильберт предложил элегантную процедуру, с помощью которой уравнения поля Эйнштейна получаются из вариационного принципа, предпринимались различные попытки расширить и обобщить эту теорию гравитации. Так, уже в 1919 году Герман Вейль выдвинул идею вывести альтернативные уравнения поля для метрики, стартуя с другого действия. Вместо лагранжиана Эйнштейна-Гильберта общей теории относительности Г. Вейль предложил лагранжиан, содержащий произведения двух тензоров Римана и его сверток. Такой лагранжиан является квадратичным по кривизне, соответственно, эта теория гравитации получила название квадратичной гравитации.

Несмотря на то, что подобные классические теории приводят к определенным концептуальным и физическим проблемам, они активно исследуются по настоящее время. Так, в теории струн члены высших порядков по тензору кривизны включены в эффективное действие струны [6; 7]. Квадратичная гравитация также играет важную роль в современных исследованиях релятивистских квантовых теорий поля. Это естественное и достаточно «консервативное» расширение теории Эйнштейна. Квадратичные члены в лагранжиане можно понимать как поправки к общей теории относительности, которые могут играть решающую роль при достаточно высоких энергиях. Соответственно, при поиске последовательной теории квантовой гравитации, которая могла бы быть применима вблизи Большого взрыва или вблизи сингулярности пространства-времени внутри черных дыр, важно понять роль этих поправок высших порядков по кривизне.

Квадратичная гравитация принадлежит к классу теорий с высшими производными, проанализированными еще Остроградским [8], который доказал, что подобные теории подчиняются теореме Остроградского о неустойчивости, которая классифицирует все невырожденные теории с высшими производными как неустойчивые по Ляпунову. Это серьезная проблема, потому что их гамильтониан неограничен снизу, соответственно, такие нестабильные теории обладают состояниями с отрицательной энергией, которые исключаются из квантовых теорий поля. В квадратичной гравитации это проявляется в наличии массивного духа. Тем не менее, важность проблемы квантовой гравитации побуждает физиков продолжать исследовать теории гравитации с высшими производными, кроме того, в последнее время был достигнут некоторый прогресс в проблеме духов. Так, например, в публикации [7] показано, что гравитация с лагранжианом, пропорциональным R^2 не содержит духов, а К. М. Бендер и Ф. Д. Мангейм в статьях [9; 10] получили аналогичный результат для конформной гравитации. При этом большая часть проделанной до сих пор работы была посвящена проблеме духов в рамках конечномерных квантово-механических моделей, и поэтому случай релятивистской теории поля и квадратичной гравитации, в частности, остается важной целью будущих исследований.

Другой потенциальной проблемой квадратичной гравитации является конфликт между стабильностью, понимаемой как отсутствие тахионов, и отсутствием полюсов Ландау. В работах [11; 12] показано, что всякий раз при подборе параметров для обеспечения стабильности, в теории возмущений фигурировал полюс Ландау. Тем не менее, в решении этой проблемы также появились некоторые продвижения. В статье [13] было продемонстрировано, что квадратичная гравитация, связанная с перенормируемой квантовой теорией поля, может выдерживать бесконечные энергии при условии, что все константы связи стремятся к фиксированной ультрафиолетовой точке, а гравитационная часть стремится к конформной гравитации. Требование, связанное с фиксированной ультрафиолетовой точкой, указывает на присутствие нескольких частиц за пределами Стандартной модели, которые могли бы объяснить уже известные убедительные доказательства новой физики, такие как нейтринные осцилляции, темная материя и т.д. [14].

Известно, что квантовые поправки, возникающие при перенормировке любой квантовой теории поля в искривленном пространстве-времени, порождают члены, которых нет в действии Эйнштейна-Гильберта. Так, еще в работе [15] было показано, что для устранения логарифмической расходимости в средних значениях компонент тензора энергии-импульса набора квантованных полей материи, взаимодействующих с классическим гравитационным полем, необходимо добавление квадратичных по тензору Римана поправок к лагранжиану. Затем три группы теоретиков [15—25] в ходе исследования процессов квантового рождения частиц скалярным полем на фонах космологической модели обнаружили, что основную роль в них играет конформная аномалия, которая является следствием процедуры перенормировки. Конформная аномалия может быть включена в интеграл действия, где она состоит из двух частей: локальной и нелокальной. Локальная часть входит в гравитационный лагранжиан как набор контрчленов и в однопетлевом приближении равна сумме членов, квадратичных по тензору кривизны Римана и его сверткам.

А. А. Старобинский [26] использовал эти неизбежные поправки к действию гравитации и заметил, что космологическое решение без сингулярности, которое относится к типу Вселенной де Ситтера, может быть получено путем их учета. Это привело к созданию первой модели инфляции.

Проблема неперенормируемости общей теории относительности на данный момент хорошо изучена. Так, в статье [27] было показано, что общая теория относительности без полей материи перенормируема в однопетлевом приближении, но становится неперенормируемой после включения полей материи. С. Вайнберг [28] и С. Дезер [29] предположили, что квадратичная гравитация перенормируема, т.е. все физические величины можно сделать конечными путем переопределения параметров и перенормировки полей, а несколько лет спустя К. С. Стелле [30] строго обосновал этот факт. Перенормируемость теории крайне важна для ее квантования, поэтому это еще один аргумент в пользу того, что исследование теорий высших производных может дать важные подсказки относительно квантования гравитации.

Роль точных решений в понимании физических явлений трудно переоценить. Поскольку уравнения поля любой теории гравитации сильно нелинейны, поиск решений становится очень непростой задачей, поэтому исследование сингулярных распределений полей материи крайне важно, так как позволяет построить дополнительные классы точных решений на основе уже известных. Как в общей теории относительности, так и в квадратичной гравитации встречаются сингулярные гиперповерхности. В данной работе сингулярная гиперповерхность определяется как гиперповерхность, на которой тензор кривизны Римана имеет сингулярную часть, а именно, скачок и (или) дельта-функцию. Эти гиперповерхности являются важными идеализированными объектами, предназначенными для описания локальной концентрации вещества или энергии на данной гиперповерхности, например, доменных стенок, тонких слоев материи или гравитационных полей, распространения светоподобной материи, гравитационных ударных волн, границ материя-вакуум, каустик, фазовых переходов в вакууме и т.д. Кроме того, при обобщении уравнений для сингулярных гиперповерхностей на произвольные размерности они находят применение в теории струн и супергравитации.

Для квадратичной гравитации сингулярные гиперповерхности впервые были исследованы Дж. М. М. Сеновийей [31—36]. Полученные Дж. М. М. Сеновийей уравнения движения существенно отличаются от уравнений Израэля, прежде всего тем, что могут содержать не только δ-функцию, но и ее производную. Таким образом, они описывают не только тонкие оболочки, возникающие в общей теории относительности, но и принципиально новый тип сингулярных гиперповерхностей - так называемые двойные слои. Для двойного слоя оказываются ненулевыми соответствующие проекции поверхностного тензора энергии-импульса S^{ab}: $S^{ab}\,\partial_a n\,\partial_b n$, $S^a_b\,\partial_a n\, e^b_j\,\gamma^{ij}$ на гиперповерхность $n(x) = 0$. Они также были обнаружены Дж. М. М. Сеновийей, который подчеркивал их значение и назвал, соответственно, «внешним давлением» и «внешним потоком». Очевидно, они не связаны с частью поверхностного тензора энергии-импульса, ответственной за тонкую оболочку. Тем не менее, они так или иначе получаются из лагранжиана материи при предельном переходе от такиих типов несингулярных распределений материи, которые в пределе приводят к появлению тета и дельта-функций.

В статье [37] выдвинуто предположение, что «внешнее давление» и «внешний поток» могут быть ответственны за создание полей материи двойным слоем, в частности, они могут быть связаны с процессами рождения и аннигиляции частиц на фоне специальной конфигурации гравитационного поля, созданного сингулярной гиперповерхностью. Для того, чтобы пояснить их физический смысл, в настоящей работе соответствующие компоненты поверхностного тензора энергии-импульса были получены непосредственно из лагранжиана материи, а именно, из лагранжиана для идеальной жидкости с переменным числом частиц, впервые представленного в работе [38].

Исследование процессов рождения частиц в присутсвии сильных внешних полей играет важную роль как в космологии, так и в физике черных дыр. Наиболее сложной задачей является учет обратного влияния этих процессов на метрику, так как оно включает в себя не только влияние созданных частиц, но и вклад от поляризации вакуума. Основная проблема при учете обратного влияния состоит в том, что для точного решения квантовой задачи необходимы граничные условия, в то время как последние могут быть наложены только после решения уравнений поля с тензором энергии-импульса, полученым соответствующим усреднением из квантовой задачи. Для того, чтобы избежать этих препятствий, в данной работе использована модель идеальной жидкости с переменным числом частиц из [38], описывающая процесс рождения частиц феноменологически на классическом уровне, но с учетом обратного влияния. Помимо исследования поверхностного тензора энергии-импульса для данной модели, в настоящей работе на примере вышеупомянутого действия показано, что сферически симметричные вакуумные решения типа черной дыры в общей теории относительности, а также для некоторых случаев квадратичной гравитации, не могут описывать так называемый «беременный вакуум» [39], т.е. состояние, в котором возможность рождения частиц существует, но не реализуется.

Уравнения Эйнштейна на сингулярной гиперповерхности впервые были получены В. Израэлем [40—42] для времениподобных гиперповерхностей, и затем в работах [43; 44] обобщены также на светоподобные. Пространственноподобные тонкие оболочки в общей теории относительности были использованы, в частности, для феноменологического описания космологических фазовых переходов [45—47] и для описания скачкообразного перехода к фазе де Ситтера внутри черных дыр [48; 49]. Аналог этой модели для квадратичной гравитации исследован в настоящей работе, а именно, пространственноподобный двойной слой, характеризующий фазовый перехода к де Ситтеру под горизонтом черной дыры Шварцшильда. При этом показано, что в случае квадратичной гравитации невозможна сшивка этих метрик с помощью тонкой оболочки в силу условий Лихнеровича.

Как отмечено выше, уравнения движения сингулярной гиперповерхности в квадратичной гравитации впервые появились в наиболее общем виде в статьях Дж. М. М. Сеновийи, при этом отдельные частые случаи были исследованы раньше или параллельно с вышеупомянутыми работами Дж. М. М. Сеновийи. Так тонкие оболочки в квадратичной гравитации были изучены еще в статье Х.Х. фон Боржешковского и В.П. Фролова [50], а сингулярные гиперповерхности для гравитации Гаусса-Бонне - в работах [51; 52] .

В статье [37] было показано, что уравнения движения времениподобной и пространственноподобной сингулярной гиперповехности в квадратичной гравитации можно вывести, используя только принцип наименьшего действия. Основным преимуществом такого метода является отсутствие производной δ-функции в явном виде в ходе вычислений. Данная диссертация обобщает результаты, представленные в публикации [37], на произвольные гиперповерхности, включая светоподобные, а также здесь разобран частный случай сферической симметрии для всех типов гиперповерхностей.

Одно из сочетаний коэффициентов квадратичных членов в лагранжиане квадратичной гравитации крайне примечательно. Это случай конформной гравитации, когда квадратичная часть гравитационного лагранжиана сводится к квадрату тензора Вейля, который является бесследовой частью тензора кривизны. Тензор Вейля инвариантен относительно локального конформного преобразования, при котором весь метрический тензор умножается на некоторую функцию, называемую конформным фактором. Тензор Баха [53], появляюшийся в гравитационных уравнений движения, при локальном конформном преобразовании умножается на степень конформного фактора, зависящую от размерности. Приведенное выше соображение особенно важно в случае сферической симметрии, поскольку позволяет использовать радиус сферы в качестве конформного фактора. Определенные классы решений сферически-симметричной конформной гравитации были получены в статье [54]. В данной диссертации использованы вакуумные решения и решения типа Вайдья из вышеупомянутой работы для исследования времениподобных и пространственноподобных тонких оболочек и двойных слоев в сферически-симметричной конформной гравитации [1] .

Целью данной работы является изучение сингулярных гиперповерхностей произвольного типа в квадратичной гравитации, сравнении их с аналогами в общей теории относительности и нахождении физической интерпретации принципиальных отличий.

Для достижения поставленной цели необходимо было решить следующие **задачи**:

1. Вывести уравнения движения для сингулярных гиперповерхностей произвольного типа в квадратичной гравитации, основываясь на принципе наименьшего действия.
2. Изучить особенности полученных уравнений, возможные модификации условий Лихнеровича и критерии существования двойного слоя отдельно для времениподобных, пространственноподобных и светоподобных гиперповерхностей, а также для частного случая сферической симетрии.
3. Исследовать сшивки сферически-симметричных решений конформной гравитации, в частности, вакуумных решений и решений типа Вайдья, для всех возможных видов сингулярных гиперповерхностей.
4. Получить поверхностный тензор энергии импульса непосредственно из лагранжиана материи, а именно, лагранжиана идеальной жидкости с переменным числом частиц.
5. Рассмотреть различные варианты закона рождения частиц, включенного в лагранжиан, в частности, в отсутсвии внешних полей и при наличии скалярного поля, а также его влияние на «внешнее давление» и «внешний поток».

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Получены уравнения движения для сингулярной гиперповерхности произвольного типа в квадратичной гравитации и их ограничение на светоподобный и сферически-симметричный случаи.
2. Найдены критерии существования двойного слоя и возможные модификации условий Лихнеровича.

3. Доказано отсутствие светоподобного двойного слоя в сферически-симметричном случае при выполнении условий Лихнеровича.
4. Проведен сравнительный анализ сингулярных гиперповерхностей, описывающих сшивки сферически-симметричных решений конформной гравитации для времениподобного, пространственноподобного и светоподобного случаев и их аналогов в общей теории относительности.
5. Найдена физическая интерпретация для «внешнего давления» и «внешнего потока» на примере лагранжиана идеальной жидкости с переменным числом частиц.

Научная новизна:

1. Впервые уравнения движения сингулярной гиперповерхности в квадратичной гравитации получены в форме, которая применима к произвольному типу гиперповерхностей, включая светоподобные, с помощью принципа наименьшего действия.
2. С помощью оригинального подхода для всех типов гиперповерхностей найдены критерии, которые определяют, является гиперповерхность двойным слоем или сводится к тонкой оболочке.
3. Для светоподобных гиперповерхностей впервые показано отсутствие «внешнего давления», а также выявлены требования, при которых снимаются ограничения, заданные условиями Лихнеровича. Продемонстрирована невозможность существования сферически-симметричного светоподобного двойного слоя в случае выполнения условий Лихнеровича.
4. В отличие от предшествующих работ по этой теме для сферически-симметричных сингулярных гиперповерхностей произвольного типа в квадратичной гравитации показано, что систему уравнений движения, наряду с условиями Лихнеровича, можно записать с помощью инвариантов сферической геометрии, а именно, радиуса, двумерной скалярной кривиз-

ны $\widetilde{R}$ и двумерного лапласиана от радиуса $\widetilde{\Box} r$. В этом случае критерием того, что сингулярная гиперповерхность представляет из себя тонкую оболочку, является непрерывность $\widetilde{R}$ и $\widetilde{\Box} r$.

5. Исследованы сферически-симметричные сингулярные гиперповерхности всех типов, разделяющие два решения сферически-симметричной конформной гравитации, не рассматриваемые ранее в литературе по данной теме, а именно, использованы различные вакуумы и решения типа Вайдья. С помощью сшивок соответствующих решений изучены аналоги для конформной гравитации таких физических моделей, как «горение вакуума», фазовый переход, коллапс сферически-симметричной тонкой оболочки.
6. До настоящего времени не была явно продемонстрирована физическая интерпретация «внешнего давления» и «внешнего потока». В диссертации на примере действия идеальной жидкости с переменным числом частиц показано, что «внешнее давление» присутствует даже в модели с постоянным числом частиц и ответственно за поверхностное давление и поверхностную плотность энергии для времениподобной и пространственноподобной гиперповерхностей соответственно. В то же время «внешний поток» ассоциирован со слагаемым в лагранжиане материи, ответственным за рождение частиц.
7. Феноменологическое описание рождения частиц впервые применяется к сингулярным гиперповерхностям в квадратичной гравитации в данной работе. В частности, показано, что при введении внешнего скалярного поля в закон рождения, процесс рождения может происходить непосредственно на сингулярной гиперповерхности, несмотря на то, что само скалярное поле напрямую не вносит вклад в поверхностный тензор энергии-импульса.

Практическая значимость

Изучение сингулярных распределений материи крайне важно, так как позволяет построить дополнительный класс точных решений на основе метрик, которые являются известными решениями уравнений движения в объеме для соответствующей теории гравитации. Кроме того, сингулярные гиперповерхности применяются при описании широкого класса моделей, характеризующих концентрацию материи или энергии на определенной гиперповерхности, таких как доменные стенки, браны, границы фазовых переходов, гравитационные ударные волны и прочие.

Квадратичная гравитация, в свою очередь, используется при описании инфляции и для учета квантовых эффектов в однопетлевом приближении. Таким образом, полученные в данной работе уравнения движения сингулярной гиперповерхности в квадратичной гравитации и их частные случаи для сферической симметрии и конформной гравитации объединяют в себе значимость обеих вышеупомянутых тем. Более того, практическую ценность имеет предложенная в диссертации методика вывода уравнений движения для сингулярной гиперповерхности произвольного типа, включая светоподобные, так как ее можно применить к произвольной теории гравитации.

Методы исследования

При подготовке диссертации были использованы методы дифференциальной геометрии, уравнений в частных производных и вариационного исчисления.

Апробация работы

Основные результаты диссертации прошли апробацию на следующих научных конференциях и семинарах:

1. XXVIII Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов». «Светоподобные сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации» (Москва, 12-23 апреля 2021 г.)
2. XXII Международная научная конференция Физические интерпретации теории относительности - 2021. «Светоподобные

тонкие оболочки и двойные слои в квадратичной гравитации» (Москва, 05-09 июля 2021 г.)

3. Symmetry 2021 - The 3rd International Conference on Symmetry. “Lightlike singular hypersurfaces in quadratic gravity” (онлайн, 8-13 августа 2021 г.)
4. XXIX Международная конференция студентов, аспирантов и молодых учёных «Ломоносов». «Сферически-симметричные сингулярные гиперповерхности в конформной гравитации» (Москва, 11-22 апреля 2022 г.)
5. The International Conference on Quantum Field Theory, High-Energy Physics, and Cosmology. “Spherically symmetric black holes and physical vacuum” (Дубна, 18-21 июля 2022 г.)
6. The VII International Conference “Models in Quantum Field Theory” (MQFT-2022). “Phenomenological description of particle production: Riemannian geometry + scalar field” (Санкт-Петербург, 10-14 октября 2022 г.)
7. Семинар кафедры теоретической физики МФТИ. «Сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации» (Долгопрудный, 2 декабря 2022 г.)
8. Семинар отдела математической физики МИАН. «Сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации» (Москва, 1 июня 2023 г.)
9. Семинар по гравитации и космологии им. А.Л. Зельманова ГАИШ МГУ. «Сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации» (Москва, 8 ноября 2023 г.)

Личный вклад

Все представленные в диссертации результаты получены лично автором, при этом постановка большинства задач была выполнена научным руководителем.

Достоверность результатов

Основные статьи по теме диссертации были опубликованы в признанных международных изданиях, пройдя процедуру рецензирования. Достоверность результатов диссертаци подтверждается корректным применением выбранного математического аппарата, а также их соответствием результатам, полученным в работах других исследователей.

Публикации

Основные результаты по теме диссертации изложены в 5 печатных изданиях [1—5], в журналах, рекомендованных ВАК.

Содержание работы

Диссертация состоит из введения, четырёх глав, заключения и двух приложений. Полный объём диссертации составляет 156 страниц. Список литературы содержит 91 наименование.

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, проводимых в рамках данной диссертационной работы, приводится обзор научной литературы по изучаемой проблеме, формулируется цель, ставятся задачи работы, сформулированы научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена постановке задачи и выводу полевых уравнений в квадратичной гравитации для пространства-времени с сингулярной гиперповерхностью с помощью принципа наименьшего действия.

В данной работе рассматривается четырехмерное пространство-время Ω, разделенное на две области - Ω^+ и Ω^- с различной геометрией сингулярной гиперповерхностью Σ_0, на которой тензор кривизны Римана содержит слагаемые пропорциональные θ-функции или δ-функции. В некоторых непрерывных в окрестности Σ_0 координатах, рассматриваемая гиперповерхность задана уравнением $n(x) = 0$. Действие гравитации соответственно:

$$S_q = -\frac{1}{16\pi}\int_{\Omega^+}\sqrt{|g|}L_q^+\,d^4x - \frac{1}{16\pi}\int_{\Omega^-}\sqrt{|g|}L_q^-\,d^4x, \tag{1}$$

где $L_q^+ = \alpha_1 R^+_{abcd}R^{+abcd} + \alpha_2 R^+_{ab}R^{+ab} + \alpha_3 (R^+)^2 + \alpha_4 R^+ + \alpha_5\Lambda$, аналогично определяется L_q^-.

Для всех физических моделей, которые рассматриваются в диссертации, тензор энергии-импульса полей материи имеет следующую структуру:

$$T^{ab} = S^{ab}\,\delta(n(x)) + T^{+ab}\,\theta(n(x)) + T^{-ab}\,\theta(-n(x)) = \\ = S^{ab}\,\delta(n(x)) + T^{ab}(\pm), \quad (2)$$

где S^{ab} - поверхностный тензор энергии-импульса, $T^{\pm ab}$ - значения компонент тензора энергии-импульса, записанных в областях $\Omega^{\pm}$.

Для рассcматриваемого действия гравитации и тензора энергии-импульса получены полевые уравнения на Σ_0 в координатах $\{n, y^i\}$, для которых функция, задающее уравнение гипеповерхности, является одной из координат:

$$\{\ \beta_1 \left([\nabla^n R^{bd}] + [\partial_k \left(g^{kn} R^{bd}\right)] + g^{kn}\Gamma^a_{ak}[R^{bd}] + g^{an}\Gamma^b_{ac}[R^{cd}] + g^{an}\Gamma^d_{ac}[R^{cb}]\right) + \\ + \frac{1}{2}\beta_2 \left(g^{bd}[\partial^n R] + [\partial_k \left(g^{kn} g^{bd} R\right)] + g^{kn}\, g^{bd}\Gamma^a_{ak}[R] + g^{an} g^{cd}\,\Gamma^b_{ac}[R]\right) - \\ - \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) \left([\nabla^b R^{nd}] + [\partial_k \left(g^{nb} R^{kd}\right)] + g^{nb}\,\Gamma^a_{ak}[R^{kd}] + g^{nd}\,\Gamma^b_{ac}[R^{ac}]\right) - \\ - \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) \left([\nabla^d R^{nb}] + [\partial_k \left(g^{nd} R^{kb}\right)] + g^{nd}\,\Gamma^a_{ak}[R^{kb}] + g^{nb}\,\Gamma^d_{ac}[R^{ac}]\right) + \\ + \frac{1}{2}\beta_2\, g^{an} g^{cb}\,\Gamma^d_{ac}[R] - \frac{1}{2}(\beta_1 + \beta_2) \left(g^{nc}\,\Gamma^b_{ac}[R^{ad}] + g^{nc}\,\Gamma^d_{ac}[R^{ab}]\right)\ \}\,\delta g_{bd} + \\ + \left\{\frac{1}{2}[R]\left(g^{bn} g^{dn}(\beta_1 + \beta_2) - g^{nn} g^{bd}\,\beta_2\right) - \beta_1 g^{nn}\,[R^{bd}]\right\}\partial_n \delta g_{bd} = \\ = 8\pi\, S^{bd}\,\delta g_{bd}\,,\ k \neq n, \quad (3)$$

где $\beta_1 = \alpha_2 + 4\alpha_1,\ \beta_2 = \alpha_2 + 4\alpha_3$, квадратными скобками обозначены скачки соответствующих величин на Σ_0. Полученные уравнения применимы для гиперповерхностей любого типа, включая светоподобные. При $\beta_1 = \beta_2 = 0$ сингулярной гиперповерхности не существует, это сочетание коэффициентов соответствует гравитации Гаусса-Бонне.

Для сравнения также получены получены уравнения движения сингулярной гиперповерхности в общей теории относительности. Показано, что для этого случая компоненты S^{nn} и S^{ni} - «внешнее давление» и «внешний поток» [31—36] равны нулю. Также обоснована необходимость условий Лихнеровича - непрерывности производных метрики на Σ_0 для квадратичной гравитации по сравнению с общей теорией относительности.

В квадратичной гравитации сингулярная гиперповерхность в общем случае представляет из себя двойной слой, если же $S^{nn} = S^{ni} = 0$, гиперповерхность является тонкой оболочкой. Показано, что для времениподобного и пространственноподобного случаев этот критерий сводится к отсутствию скачков в тензоре Риччи: $[R^{bd}] = 0$. Для светоподобной гиперповерхности это отсутствие скачков в скалярной кривизне $[R] = 0$. Кроме того, продемонстрировано, что для светоподобного двойного слоя «внешнее давление» равно нулю.

Уравнения (3) исследованы для частного случая сферически-симметричных геометрий, а также конформной гравитации.

Во **второй главе** для того, чтобы пояснить физический смысл S^{nn} и S^{ni}, разобран вывод этих компонент напрямую из лагранжиана материи для модели идельной жидкости с переменным числом частиц [38]. Рассматриваемое действие материи:

$$S_m = \int L_m \sqrt{|g|}\, d^4x\,,$$
$$L_m = -E + \mu_0\,(u_a\,u^a - 1) + \mu_1\,(\nabla_a\,(\eta\,u^a) - \Phi) + \mu_2\,\partial_a X\,u^a, \quad (4)$$

где $E(X, \eta)$ - плотность энергии, $\eta(x)$ - трехмерная плотность числа частиц, $u^a(x)$ - четыре-скорость, $X(x)$ - вспомогательная динамическая переменная, необходимая для маркировки мировых линий частиц, $\mu_0(x), \mu_1(x), \mu_2(x)$ - лагранжевы множители, Φ - некоторая функция инвариантов полей, ответственных за процесс рождения частиц.

При $\Phi = 0$ для времениподобных гиперповерхностей имеем:

$$S^{nn} = p_{(0)}, \quad S^{ni} = -p_{(0)}\,g^{ni} = 0,$$

то есть «внешнее давление» соответствует давлению частиц на оболочке. Для пространственноподобных гиперповерхностей:

$$S^{nn} = E_{(0)}, \quad S^{ni} = -p_{(0)}\, g^{ni} = 0,$$

в этом случае «внешнее давление» соответствует плотности энергии частиц на оболочке, для светоподобных - $S^{nn} = S^{ni} = 0$.

Показано, что конформная инвариантность закона рождения - связи, полученной вариацией действия материи по $\mu_1(x)$, приводит к существенным ограничениям на форму функции Φ. В частности, если рождение частиц происходит исключительно под действием гравитации, то функция Φ пропорциональна квадрату тензора Вейля. Если же в процесс рождения частиц также вносит вклад внешнее скалярное поле, одним из наиболее простых вариантов включения скалярного поля в закон рождения является:

$$\Phi = \vartheta\, C^2 + \zeta \left(\varphi \,\Box \varphi - \frac{1}{6}\, \varphi^2\, R + \Lambda_0\, \varphi^4 \right) , \tag{5}$$

где ϑ, ζ, Λ_0 - некоторые константы.

Показано, что для рассматриваемого действия материи «беременный вакуум», то есть решение с $\eta = 0$, не может производить пыль, но может рождать материю с ненулевым давлением, например, тепловое излучение.

При изучении «беременного вакуума» для сферически-симметричных геометрий в рамках данной модели оказалось, что в отсутствии внешних полей в общей теории относительности нет сферически-симметричных вакуумных решений типа черной дыры, соответствующих «беременному вакууму». То же верно и для квадратичной гравитации, если рассматривать статическое пространство-время, где скалярная кривизна достаточно быстро стремится к константе на пространственной бесконечности. Для модели с внешним скалярным полем показано, что «беременный вакуум» для в сферически-симметричного случая также не соответствует вакуумным решениям типа черной дыры.

Для функции Φ, заданной (5), компоненты S^{nn} и S^{ni} поверхностного тензора энергии-импульса для рассматриваемого лагранжиана материи:

$$S^{nn} = -\frac{4}{3}\vartheta\mu_1 \left(g^{in}\,[\nabla_i R^{nn}] - \varepsilon\,[\nabla_i R^{in}] + \Gamma^n_{ij}\left(g^{in}g^{jn}[R] - 2\varepsilon[R^{ij}]\right)\right) + \\ + \left(p_{(0)} + E_{(0)}\right) u^n u^n - p_{(0)}\,\varepsilon, \quad (6)$$

$$S^{ni} = \frac{2}{3}\vartheta\,\partial_j\mu_1\left(4\varepsilon[R^{ij}] - (\varepsilon g^{ij} + g^{ni}g^{nj})\,[R]\right) - 2\vartheta\mu_1\,\Big\{\,\frac{4}{3}\,g^{nk}[\nabla_k R^{in}] + \\ + 2\,g^{an}\Gamma^n_{ac}[R^{ci}] - \frac{1}{3}\,g^{in}g^{nk}[\partial_k R] - \frac{1}{3}\,g^{an}g^{ci}\,\Gamma^n_{ac}[R] + \frac{1}{3}\,g^{an}g^{cn}\,\Gamma^i_{ac}[R] + \\ + \frac{1}{3}\,g^{kn}\,g^{in}\Gamma^a_{ak}[R] - \frac{2}{3}[\nabla^i R^{nn}] + \frac{1}{3}\,[\partial_k\left(g^{kn}g^{in}R\right)] - \frac{2}{3}\,g^{ni}\,\Gamma^n_{ac}[R^{ac}] - \\ - \frac{2}{3}\,g^{nc}\,\Gamma^n_{ac}[R^{ai}]\,\Big\} + \left(p_{(0)} + E_{(0)}\right) u^n u^i - p_{(0)}\,g^{ni}, \quad i,j,k \neq n, \quad (7)$$

то есть именно при наличии рождения частиц $\Phi \neq 0$ появляется ненулевой «внешний поток» .

Третья глава посвящена исследованию светопободных сингулярных гиперповерхностей. Описано построение специальной системы координат $\{n,\lambda,\theta^A\}$ [55], в которой метрика непрерывна на Σ_0, а также получены уравнения движения двойного слоя в этих координатах. Показано, что в случае, когда Σ_0 по крайней мере локально является слоем некоторго светоподобного слоения, гиперповерхность сводится к тонкой оболочке. Кроме того, если дополнительно к этому ограничению рассмотреть лагранжиан квадратичной гравитации без слагаемого Гаусса-Бонне, то вместо условий Лихнеровича, достаточно, чтобы на Σ_0 выполнялись соотношения:

$$\left(N_a N_b\,R^{\pm ab}\gamma^{ij} - 2N_a N_b\,R^{\pm aibj}\right)[l^c\,\partial_c\gamma_{ij}] = 0, \quad (8)$$

где l^c - вспомогательный светоподобный вектор, γ_{ij} - индуцированная метрика в произвольных внутренних координатах $\{y^i\}$, N_a - внешняя нормаль.

Рассмотрены сшивки с помощью двойного слоя и тонкой оболочки различных сферически-симметричных решений конформной гравитации, в частности, вакуумов и решений типа Вайдья, представленных в работе [54].

В **четвертой главе** приведено описание времениподобных и пространственноподобных гиперповерхностей. Описано построение общей для $\Omega^{\pm}$ областей нормальной гауссовой системы координат, в которой метрика непрерывна на Σ_0. В этих координатах получены уравнения движения сингулярной гиперповерхности, совпадающие с результатом из [37]. Для вышеупомянутых решений конформной гравитации исследованы сшивки с помощью времениподобных и пространственноподобных двойных слоев и тонких оболочек. Рассматриваемые пространственные гиперповерхности описывают поверхность фазового перехода, тогда как с помощью времениподобных гиперповерхностей разобраны аналоги для квадратичной гравитации таких моделей как коллапс тонкой оболочки и горение вакуума [45; 46] .

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. Показано, что не только для времениподобных и пространственноподобных сингулярных гиперповерхностей, но и для светоподобных сингулярных гиперповерхностей как в общей теории относительности, так и в квадратичной гравитации уравнения поля могут быть получены исключительно за счет принципа наименьшего действия.
2. Показано, что для квадратичной гравитации Гаусса-Бонне не существует ни двойных слоев, ни тонких оболочек, если выполняются условия Лихнеровича.
3. Для времениподобного и пространственноподобного случаев критерием того, что гиперповерхность представляет из себя тонкую оболочку является отсутствие скачков в тензоре Риччи на гиперповерхности, для светоподобного - непрерывность скалярной кривизны. Из равенства нулю соответствующих скачков для любого типа гиперповерхностей автоматически

следует, что «внешнее давление» и «внешний поток» равны нулю.

4. Для того, чтобы пояснить физический смысл «внешнего давления» и «внешнего потока», они были получены напрямую из лагранжиана материи, в частности, для идеальной жидкости с переменным числом частиц. Как оказалось, «внешнее давление» ненулевое даже для модели с постоянным числом частиц. Этот случай наиболее явно раскрывает его физическую интерпретацию, а именно, S^{nn} является поверхностным давлением частиц на Σ_0 для времениподобной гиперповерхности и поверхностной плотностью энергии - для пространственноподобной. «Внешний поток» появляется только при добавлении в лагранжиан материи слагаемого, ответственного за рождение частиц.
5. Конформная инвариантность слагаемого в действии, ответственного за закон рождения частиц, приводит к ограничениям на инварианты внешних полей, от которых зависит функция Φ. В отсутствии внешних полей квадрат тензора Вейля представляет из себя наиболее базовый вариант. При введении в закон рождения внешнего скалярного поля выбрана следующая комбинация: $\varphi\,\Box\varphi - \frac{1}{6}\,\varphi^2\,R + \Lambda_0\varphi^4$, где Λ_0 — константа, так как она дает нетривиальное уравнение движения и конформно-инвариантна при умножении на $\sqrt{|g|}$.
6. При добавлении внешнего скалярного поля в функцию Φ, поверхностная часть закона рождения может в правой части иметь источник, ответственный за процесс рождения, который происходит непосредственно на сингулярной гиперповерхности. При этом само скалярное поле не дает непосредственный вклад в поверхностный тензор энергии-импульса.
7. Показано, что в отсутствии внешних полей в общей теории относительности нет сферически-симметричных вакуумных решений типа черной дыры, соответствующих «беременному вакууму». То же верно и для квадратичной гравитации, если

рассматривать статическое пространство-время, где скалярная кривизна достаточно быстро стремится к константе на пространственной бесконечности. Для модели с внешним скалярным полем показано, что по крайне мере в общей теории относительности «беременный вакуум» для сферически-симметричного случая также не соответствует вакуумным решениям типа черной дыры.

8. Исследованы сферически-симметричные времениподобные и пространственноподобные сингулярные гиперповерхности, разделяющие два решения конформной гравитации, в частности, использованы различные вакуумы и решения типа Вайдья. С помощью сшивок соответствующих решений рассмотрены аналоги таких физических моделей, как «горение вакуума», фазовый переход, коллапс сферически-симметричной тонкой оболочки для конформной гравитации.
9. Показано, что светоподобный двойной слой в квадратичной гравитации не имеет «внешнего давления».
10. Для светоподобных сингулярных сферически-симметричных гиперповерхностей в квадратичной гравитации условия Лихнеровича влекут за собой непрерывность скалярной кривизны, в этом случае сингулярная гиперповерхность может быть только тонкой оболочкой. При этом показано, что если светоподобная сингулярная гиперповерхность в квадратичной гравитации без слагаемого Гаусса-Бонне является, как минимум локально, слоем некоторого светоподобного слоения условия Лихнеровича могут быть ослаблены, и как следствие в такой модели существует сферически-симметричный светоподобный двойной слой.
11. Исследованы сферически-симметричные светоподобные тонкие оболочки и двойные слои, разделяющие два сферически-симметричных решения конформной гравитации. А именно, рассматривались сшивки сферически-симметричных вакуумов и решений типа Вайдья.

12. Для тонких оболочек непрерывность двумерной скалярной кривизны накладывает определенные ограничения на существование сингулярной гиперповерхности, разделяющей два заданных пространства-времени. В результате существует только четыре типа сшивок для рассматриваемых здесь метрик.
13. Для сферически-симметричного светоподобного двойного слоя в конформной гравитации невозможна только сшивка двух вакуумов с постоянной $\widetilde{R}$. Все остальные комбинации сшивок вакуумных решений и решений типа Вайдья не запрещены.

Результаты, полученные в диссертации, могут быть использованы для изучения физических моделей, при описании которых применяются сингулярные гиперповерхности. Предложенная в данной работе методика обощается на другие теории гравитации, многообразия, размерность которых не равна 4, а также с геометриями, отличными от римановой. В частности, одной из возможных тем для дальнейших исследований является исследование сингулярных гиперповерхностей в гравитации Вейля.

Благодарности

В первую очередь я хочу поблагодарить своего научного руководителя Березина Виктора Александровича за поставленную задачу, помощь и поддержку при написании диссертации. Также я благодарна моей семье, близким друзьям, школьным учителям и преподавателям МФТИ, особенно хотелось бы отметить Ахмедова Эмиля Тофик оглы, с лекций которого начался мой интерес к гравитации.

Публикации автора по теме диссертации

1. *Berezin V. A.*, *Ivanova I. D.* Lightlike singular hypersurfaces in quadratic gravity // Int. J. Mod. Phys. D. — 2022. — Т. 31, №

10. — С. 2250077. — DOI: 10.1142/S0218271822500778. — arXiv: 2201.09142 [gr-qc].

2. *Иванова И. Д.* Светоподобные сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2022. — № 1. — С. 2211501.

3. *Иванова И. Д.* Сферически-симметричные сингулярные гиперповерхности в конформной гравитации // Учен. зап. физ. фак-та Моск. ун-та. — 2022. — № 4. — С. 2241513.

4. *Ivanova I. D.* Spherically Symmetric Black Holes and Physical Vacuum // PEPAN Lett. — 2023. — Т. 20, № 3. — С. 505. — DOI: 10.1134/S1547477123030366.

5. *Ivanova I. D.* Null shells and double layers in quadratic gravity // J. Phys. Conf. Ser. — 2021. — Т. 2081, № 1. — С. 012020. — DOI: 10.1088/1742-6596/2081/1/012020.

Список литературы

6. *Davis S.*, *Luckock H.* The Quantum theory of the quadratic gravity action for heterotic strings // Gen. Rel. Grav. — 2002. — Т. 34. — С. 1751—1765. — DOI: 10.1023/A:1020736626961. — arXiv: gr-qc/0201002.

7. Aspects of Quadratic Gravity / L. Alvarez-Gaume [и др.] // Fortsch. Phys. — 2016. — Т. 64, № 2/3. — С. 176—189. — DOI: 10.1002/prop.201500100. — arXiv: 1505.07657 [hep-th].

8. *Ostrogradsky M.* Mémoires sur les équations différentielles, relatives au problème des isopérimètres // Mem. Acad. St. Petersbourg. — 1850. — Т. 6, № 4. — С. 385—517.

9. *Bender C. M., Mannheim P. D.* No-ghost theorem for the fourth-order derivative Pais-Uhlenbeck oscillator model // Phys. Rev. Lett. — 2008. — Т. 100. — С. 110402. — DOI: 10.1103/PhysRevLett.100.110402. — arXiv: 0706.0207 [hep-th].

10. *Bender C. M., Mannheim P. D.* Exactly solvable PT-symmetric Hamiltonian having no Hermitian counterpart // Phys. Rev. D. — 2008. — Т. 78. — С. 025022. — DOI: 10.1103/PhysRevD.78.025022. — arXiv: 0804.4190 [hep-th].

11. *Stelle K. S.* Classical Gravity with Higher Derivatives // Gen. Rel. Grav. — 1978. — Т. 9. — С. 353—371. — DOI: 10.1007/BF00760427.

12. *Avramidi I. G., Barvinsky A. O.* ASYMPTOTIC FREEDOM IN HIGHER DERIVATIVE QUANTUM GRAVITY // Phys. Lett. B. — 1985. — Т. 159. — С. 269—274. — DOI: 10.1016/0370-2693(85)90248-5.

13. *Salvio A., Strumia A.* Agravity up to infinite energy // Eur. Phys. J. C. — 2018. — Т. 78, № 2. — С. 124. — DOI: 10.1140/epjc/s10052-018-5588-4. — arXiv: 1705.03896 [hep-th].

14. *Salvio A.* Quadratic Gravity // Front. in Phys. — 2018. — Т. 6. — С. 77. — DOI: 10.3389/fphy.2018.00077. — arXiv: 1804.09944 [hep-th].

15. *Utiyama R., DeWitt B. S.* Renormalization of a classical gravitational field interacting with quantized matter fields // J. Math. Phys. — 1962. — Т. 3. — С. 608—618. — DOI: 10.1063/1.1724264.

16. *Zel'dovich Y. B.* Partifcle Production in Cosmology // JETP Lett. — 1970. — Т. 12, № 9. — С. 307—311.

17. *Grib A. A., Mamaev S. G.* On field theory in the friedman space // Yad. Fiz. — 1969. — Т. 10. — С. 1276—1281.

18. *Zel'dovich Y. B., Pitaevskii L.* On the possibility of the creation of particles by a classical gravitational field // Commun.Math. Phys. — 1971. — Т. 23. — С. 185—188. — DOI: 10.1007/BF01877740.

19. *Zel'dovich Y. B.*, *Starobinsky A. A.* Particle production and vacuum polarization in an anisotropic gravitational field // Zh. Eksp. Teor. Fiz. — 1971. — T. 61. — C. 2161—2175.

20. *Parker L.*, *Fulling S. A.* Quantized matter fields and the avoidance of singularities in general relativity // Phys. Rev. D. — 1973. — T. 7. — C. 2357—2374. — DOI: 10.1103/PhysRevD.7.2357.

21. *Hu B. L.*, *Fulling S. A.*, *Parker L.* Quantized scalar fields in a closed anisotropic universe // Phys. Rev. D. — 1973. — T. 8. — C. 2377—2385. — DOI: 10.1103/PhysRevD.8.2377.

22. *Fulling S. A.*, *Parker L.*, *Hu B. L.* Conformal energy-momentum tensor in curved spacetime: Adiabatic regularization and renormalization // Phys. Rev. D. — 1974. — T. 10. — C. 3905—3924. — DOI: 10.1103/PhysRevD.10.3905.

23. *Fulling S. A.*, *Parker L.* Renormalization in the theory of a quantized scalar field interacting with a robertson-walker spacetime // Annals Phys. — 1974. — T. 87. — C. 176—204. — DOI: 10.1016/0003-4916(74)90451-5.

24. *Lukash V. N.*, *Starobinskii A. A.* The isotropization of the cosmological expansion owing to particle production // Sov. Phys. JETP. — 1974. — T. 39, № 5. — C. 742—747.

25. *Zel'dovich Y. B.*, *Starobinskii A. A.* Rate of particle production in gravitational fields // JETP Lett. — 1977. — T. 26, № 5. — C. 252—255.

26. *Starobinsky A. A.* A New Type of Isotropic Cosmological Models Without Singularity // Phys. Lett. B. — 1980. — T. 91. — C. 99—102. — DOI: 10.1016/0370-2693(80)90670-X.

27. *'t Hooft G.*, *Veltman M. J. G.* One loop divergencies in the theory of gravitation // Ann. Inst. H. Poincare Phys. Theor. A. — 1974. — T. 20. — C. 69—94.

28. *Weinberg S.* Problems in Gauge Field Theories // 17th International Conference on High-Energy Physics. — 1974. — C. 59—65.

29. *Deser S.* The State of Quantum Gravity // Conf. Proc. C. — 1975. — Т. 750926. — С. 229—254.

30. *Stelle K. S.* Renormalization of Higher Derivative Quantum Gravity // Phys. Rev. D. — 1977. — Т. 16. — С. 953—969. — DOI: 10.1103/PhysRevD.16.953.

31. *Senovilla J. M. M.* Junction conditions for F(R)-gravity and their consequences // Phys. Rev. D. — 2013. — Т. 88. — С. 064015. — DOI: 10.1103/PhysRevD.88.064015. — arXiv: 1303.1408 [gr-qc].

32. *Senovilla J. M. M.* Gravitational double layers // Class. Quant. Grav. — 2014. — Т. 31. — С. 072002. — DOI: 10.1088/0264-9381/31/7/072002. — arXiv: 1402.1139 [gr-qc].

33. *Senovilla J. M. M.* Double layers in gravity theories // J. Phys. Conf. Ser. — 2015. — Т. 600, № 1. — С. 012004. — DOI: 10.1088/1742-6596/600/1/012004. — arXiv: 1410.5650 [gr-qc].

34. *Reina B.*, *Senovilla J. M. M.*, *Vera R.* Junction conditions in quadratic gravity: thin shells and double layers // Class. Quant. Grav. — 2016. — Т. 33, № 10. — С. 105008. — DOI: 10.1088/0264-9381/33/10/105008. — arXiv: 1510.05515 [gr-qc].

35. *Eiroa E. F.*, *Figueroa Aguirre G.*, *Senovilla J. M. M.* Pure double-layer bubbles in quadratic F(R) gravity // Phys. Rev. D. — 2017. — Т. 95, № 12. — С. 124021. — DOI: 10.1103/PhysRevD.95.124021. — arXiv: 1704.00698 [gr-qc].

36. *Senovilla J. M. M.* Equations for general shells // JHEP. — 2018. — Т. 11. — С. 134. — DOI: 10.1007/JHEP11(2018)134. — arXiv: 1805.03582 [gr-qc].

37. Double layer from least action principle / V. A. Berezin [и др.] // Class. Quant. Grav. — 2021. — Т. 38, № 4. — С. 045014. — DOI: 10.1088/1361-6382/abd143. — arXiv: 2008.01813 [gr-qc].

38. *Berezin V. A.* Unusual hydrodynamics // Int. J. Mod. Phys. A. — 1987. — Т. 2. — С. 1591—1615. — DOI: 10.1142/S0217751X87000831.

39. *Berezin V. A., Dokuchaev V. I.* Weyl cosmology // Int. J. Mod. Phys. A. — 2022. — Т. 37, 20n21. — С. 2243005. — DOI: 10.1142/S0217751X22430059. — arXiv: 2203.04257 [gr-qc].

40. *Israel W.* Singular hypersurfaces and thin shells in general relativity // Nuovo Cim. B. — 1966. — Т. 44. — С. 1—14. — DOI: 10.1007/BF02710419.

41. *Israel W.* Gravitational collapse of a radiating star // Physics Letters A. — 1967. — Т. 24, № 3. — С. 184—186. — DOI: 10.1016/0375-9601(67)90756-6.

42. *Cruz V. de la, Israel W.* Gravitational bounce // Il Nuovo Cim. A. — 1967. — Т. 51. — С. 744—760. — DOI: 10.1007/BF02721742.

43. *Clarke C. J. S., Dray T.* Junction conditions for null hypersurfaces // Classical and Quantum Gravity. — 1987. — Т. 4, № 2. — С. 265. — DOI: 10.1088/0264-9381/4/2/010.

44. *Barrabes C., Israel W.* Thin shells in general relativity and cosmology: The Lightlike limit // Phys. Rev. D. — 1991. — Т. 43. — С. 1129—1142. — DOI: 10.1103/PhysRevD.43.1129.

45. *Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.* Could the metastable vacuum burn? // Phys. Lett. B. — 1983. — Т. 124. — С. 479—483. — DOI: 10.1016/0370-2693(83)91556-3.

46. *Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.* Dissipative phase interfaces // Sov. Phys. JETP. — 1984. — Т. 59. — С. 459—464.

47. *Berezin V. A., Kuzmin V. A., Tkachev I. I.* Dynamics of Bubbles in General Relativity // Phys. Rev. D. — 1987. — Т. 36. — С. 2919. — DOI: 10.1103/PhysRevD.36.2919.

48. *Frolov V. P., Markov M. A., Mukhanov V. F.* Through a black hole into a new Universe? // Phys. Lett. B. — 1989. — Т. 216. — С. 272—276. — DOI: 10.1016/0370-2693(89)91114-3.

49. *Frolov V. P., Markov M. A., Mukhanov V. F.* Black holes as possible sources of closed and semiclosed worlds // Phys. Rev. D. — 1990. — Т. 41. — С. 383—394. — DOI: 10.1103/PhysRevD.41.383.

50. *Von Borzeszkowski H. H., Frolov V. P.* Massive shell models in the gravitational theories with higher derivatives // Annalen Phys. — 1980. — Т. 37. — С. 285—293.

51. *Gravanis E., Willison S.* Israel conditions for the Gauss-Bonnet theory and the Friedmann equation on the brane universe // Phys. Lett. B. — 2003. — Т. 562. — С. 118—126. — DOI: 10.1016/S0370-2693(03)00555-0. — arXiv: hep-th/0209076.

52. *Davis S. C.* Generalized Israel junction conditions for a Gauss-Bonnet brane world // Phys. Rev. D. — 2003. — Т. 67. — С. 024030. — DOI: 10.1103/PhysRevD.67.024030. — arXiv: hep-th/0208205.

53. *Bach R.* Zur Weylschen Relativitätstheorie und der Weylschen Erweiterung des Krümmungstensorbegriffs // Math. Zeit. — 1921. — Т. 9. — С. 110—135. — DOI: 10.1007/BF01378338.

54. *Berezin V. A., Dokuchaev V. I., Eroshenko Y. N.* Particle creation phenomenology, Dirac sea and the induced Weyl and Einstein-dilaton gravity // JCAP. — 2017. — Т. 01. — С. 018. — DOI: 10.1088/1475-7516/2017/01/018. — arXiv: 1604.07753 [gr-qc].

55. *Poisson E.* A Relativist's Toolkit: The Mathematics of Black-Hole Mechanics. — Cambridge University Press, 2009. — DOI: 10.1017/CBO9780511606601.

Иванова Инна Дмитриевна

Сингулярные гиперповерхности в квадратичной гравитации

АВТОРЕФЕРАТ

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Принято в печать 20.06.2024

Ф-т 60x84/16 Уч.-изд.л. 1,0 Зак. № 22546 Тираж 80 экз. Бесплатно. Печать цифровая

Федеральное государственное бюджетное учреждение науки
Институт ядерных исследований Российской академии наук

Издательский отдел. 117312, Москва, проспект 60-летия Октября, 7а