ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. П.Г. ДЕМИДОВА

На правах рукописи

СЕРГИЕНКО АНДРЕЙ ВАЛЕНТИНОВИЧ

Электрослабые и нестандартные процессы при сверхвысоких энергиях и их возможные проявления в астрофизике и космологии

Специальность: 01.04.02 – теоретическая физика

Д И С С Е Р Т А Ц И Я на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

> Научный руководитель доктор физ.-мат. наук проф. каф. теор. физики КУЗНЕЦОВ А.В.

Ярославль – 2013

Оглавление

Введение	4
Глава I Распад нейтрино ультравысоких энергий на электрон и W-бозон в магнитном поле и его влияние на форму	
нейтринного спектра	12
1.1. Введение	12
1.2. Собственно-энергетический оператор нейтрино $\Sigma(p)$	15
1.3. Пропагаторы заряженного лептона, <i>W</i> -и Ф-бозона в магнитном поле	19
1.4. Распад нейтрино $\nu \to e^- W^+$ во внешнем электромагнитном поле	20
1.5. Обрезание спектра энергий нейтрино магнитным полем	25
1.6. Заключение	27
Глава II Третий тип смешивания фермионов во взаимодействиях	
кварков и лептонов с лептокварками	29
2.1. Введение	29
2.2. Третий тип смешивания фермионов	35
2.3. Эффективный лагранжиан с учётом КХД-поправок	38
2.4. Ограничения на параметры схемы из низкоэнергетических	
процессов	40
2.4.1. μe -универсальность в π_{l2} - и K_{l2} -распадах	40
2.4.2. Редкие распады K_L^0 -мезона	42
2.4.3. Редкие K^+ -распады	44
$2.4.4.\ \mu e$ -конверсия на ядре \ldots	45
2.4.5. $ au$ -распады	47

2.4.6. Редкие распады <i>В</i> -мезона	47
2.5. Комбинированное ограничение из π -, K -, τ -, B - распадов	49
2.6. Различные смешивания для левых и правых фермионов .	51
2.7. Ограничение из распада $\pi^0 o \nu \bar{\nu}$	53
2.8. Заключение	55
Глава III Фантомная тёмная энергия с тахионной нестабильностью:	
возмущения метрики	58
3.1. Введение	58
3.2. Модель	61
3.3. Тахионные возмущения	64
3.4. Гравитационный потенциал	68
3.5. Обсуждение	69
Заключение	71
Приложение А. Вычисление вероятности распада нейтрино	
высокой энергии $\nu \to e^- W^+$ в сильном магнитном поле $\ldots \ldots$	73
Приложение В. Полное действие в модели фантомной тёмной	
энергии и уравнения для возмущений	80
Литература	82

Введение

В последние десятилетия бурно развивается новый раздел физики, зародившийся на стыке физики элементарных частиц, астрофизики и космологии – астрофизика элементарных частиц, или космомикрофизика [1–3]. Предметом ее исследований являются элементарные процессы в экстремальных физических условиях, которые являются характерными для астрофизических объектов и не могут быть реализованы в современных лабораторных условиях. Исследования такого рода, с одной стороны, представляют интерес с концептуальной точки зрения, поскольку они открывают новые нетривиальные свойства частиц. С другой стороны, они интересны с точки зрения возможных астрофизических и космологических приложений, поскольку теоретический анализ в совокупности с имеющимися экспериментальными данными и численным моделированием астрофизических процессов позволяет изучать недоступные прямому экспериментальному исследованию фундаментальные основы строения материи, в том числе и на ранней стадии развития Вселенной.

В связи с этим в настоящее время большое внимание уделяется изучению физики элементарных частиц во внешней активной среде. Обычно в качестве среды рассматривалось только вещество. Однако, внешняя среда может быть представлена как плазмой, так и магнитным полем. Внешнее магнитное поле, выступая в качестве своеобразной компоненты активной среды, так же как и само вещество, может существенно влиять на свойства частиц и их взаимодействие. В частности, благодаря изменению закона дисперсии в магнитном поле открываются каналы, запрещённые в вакууме. Кроме того, магнитное поле может оказывать катализирующее влияние на процессы, подавленные в отсутствии внешнего магнитного поля.

Следует заметить, что указанное влияние внешнего магнитного поля становится существенным только в случае достаточно сильных полей. Под сильными понимаются поля, напряженности которых превышают критическое значение поля для электрона, так называемое Швингеровское значение, $B_e = m_e^2/e = 4.41 \times 10^{13}$ Гс. В лабораторных условиях такие поля пока недостижимы. Однако по современным представлениям поля такого и даже большего масштаба могли бы существовать в астрофизических объектах. Так, наблюдение пульсаров указывает на возможность существования на их поверхности магнитных полей с напряженностью $10^{12} - 10^{13}$ Гс. [4]. Существует класс звезд, так называемых магнитаров, к которым относятся, например, повторные источники мягких гамма-всплесков (SGR – soft gamma repeaters), интерпретируемые как нейтронные звезды с магнитными полями $\sim 4 \times 10^{14}$ Гс [5,6]. В таких астрофизических катаклизмах, как взрыв сверхновой, величина магнитного поля, развиваемого при коллапсе ядра звезды, достигает значений $10^{12} - 10^{13}$ Гс. Такие поля возникают при одномерном коллапсе, когда имеет место строго радиальное падение вещества. Однако имеются серьёзные аргументы в пользу того, что физика сверхновых значительно сложнее, в частности, необходимо также учитывать вращение коллапсирующего ядра. Наличие вращения может увеличить магнитное поле на дополнительный фактор $10^3 - 10^4$, как, например, в модели ротационного взрыва сверхновой Г.С. Бисноватого-Когана [7,8]. Механизмы генерации таких полей, вплоть до $10^{15} - 10^{17}$ Гс, в настоящее время широко обсуждаются [9–13]. Таким образом, при исследовании квантовых процессов в астрофизических условиях учет влияния не только плотного вещества, но и сильного магнитного поля является не просто оправданным, но и физически необходимым.

Принято считать, что в астрофизических процессах, имеющих характер катаклизма, таких, как взрыв сверхновой, определяющую роль играют нейтринные процессы. В связи с этим исследования нейтринных процессов в экстремальных физических условиях представляют собой одно из наиболее интенсивно развивающихся направлений в астрофизике элементарных частиц. Такие исследования интересны также и с концептуальной точки зрения, поскольку затрагивают фундаментальные проблемы квантовой теории поля.

Значительным достижением нейтринной физики последнего времени является, несомненно, успешный эксперимент на тяжелой воде, осуществленный в Солнечной Нейтринной Обсерватории (SNO) в Садбери, Канада [14–16]. Разрешение загадки солнечных нейтрино, имевшей почти 40 лет истории, в согласии с гипотезой о нейтринных осцилляциях [17,18] является также и доказательством существования смешивания в лептонном секторе. Таким образом, можно говорить о своеобразном восстановлении симметрии между лептонами и кварками, поскольку доказано, что и в том, и в другом секторах смешивание имеет место.

Среди различных обобщений стандартной модели существует схема, в

которой симметрия между лептонами и кварками возникает естественным образом. Это модель Пати - Салама [19], основанная на группе $SU(4)_V \otimes$ $SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется как четвертый цвет. Наиболее экзотическими объектами модели Пати-Салама являются дробно заряженные, цветные калибровочные бозоны – лептокварки, осуществляющие взаимные превращения кварков и лептонов. Масса лептокварка M_{LQ} характеризует масштаб нарушения симметрии $SU(4)_V$ до $SU(3)_c$. Ограничения на массу лептокварка снизу [20] получены из экспериментальных данных по распадам мезонов, сильно подавленным или запрещённым в стандартной модели, например, $\pi \to e\nu$, $K_L^0 \to \mu e$, которые могут происходить за счет обмена лептокварком. В действительности эти оценки нельзя считать окончательными, поскольку в них не было учтено возможное смешивание в лагранжиане взаимодействия лептокварковых токов.

В работах [21, 22] были проанализированы ограничения, возникающие из рассмотрения нейтринных процессов в астрофизике и космологии, на параметры одного из возможных расширений стандартной модели электрослабых взаимодействий. В рамках минимальной кварк-лептонной симметрии типа Пати-Салама, основанной на группе $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$, где лептонное число трактуется как четвертый цвет, было исследовано смешивание фермионов новой природы и показано, что для перенормируемости модели необходимо существование всех возможных типов фермионного смешивания. Из комбинированного анализа астрофизических и космологических данных по нейтринным процессам и ускорительных данных были получены оценки на массу лептокварка и параметры матриц смешивания.

Однако с тех пор экспериментальные данные по низкоэнергетическим редким процессам, запрещённым или сильно подавленным в стандартной

модели, были значительно обновлены и улучшены. Следовательно, получение обновлённых оценок на массу лептокварка и параметры матриц смешивания в лагранжиане взаимодействия лептокварковых токов является актуальным.

Был найден только один процесс, в котором нижний предел на массу лептокварка не зависит от параметров смешивания – это экзотический распад $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$. При этом наиболее сильным оказалось ограничение на массу лептокварка, вытекающее из космологического верхнего предела на вероятность данного распада. Этот факт можно рассматривать в качестве еще одного яркого примера тесного взаимодействия физики элементарных частиц и космологии ранней Вселенной.

Новая страница в исследованиях эволюции Вселенной открылась после того, как анализ наблюдательных данных по взрывам сверхновых в удаленных галактиках указал на то, что Вселенная расширяется с ускорением. Это обычно интерпретируется как эффект тёмной энергии. Тёмная энергия может быть трёх типов: квинтэссенция, космологическая постоянная (Л-член) и фантом. Доминирование фантома на поздневременной космологической эволюции хорошо объясняет ускоренное ускорение Вселенной.

Наличие фантома подразумевает нарушение условия нулевой энергии, которое в общем случае сложно вместить в рамки теории поля. Есть два основных подхода для реализации фантомного эффективного уравнения состояния без патологического поведения в УФ-области: модификация гравитации на ультравысоких масштабах и введение новых лёгких полей без модификации уравнений Эйнштейна.

Настоящая диссертация посвящена исследованию процессов с участием

слабо взаимодействующих частиц во внешней активной среде при сверхвысоких энергиях, процессов, запрещённых или сильно подавленных в стандартной модели, которые становятся возможными при выходе за рамки стандартной модели, а также их возможных проявлений в астрофизике и космологии. Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, двух приложений и списка литературы.

В первой главе исследовано влияние сильного внешнего магнитного поля на собственно-энергетический оператор нейтрино. Вычислены вероятность процесса распада нейтрино на электрон и W-бозон и средняя длина свободного пробега нейтрино ультравысоких энергий в сильном магнитном поле. Определена величина порога обрезания нейтринного спектра энергий, исследована его зависимость от интенсивности магнитного поля.

Вторая глава посвящена исследованию низкоэнергетических проявлений минимального расширения стандартной модели, основанного на кварклептонной симметрии типа Пати-Салама $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$. При наличии такой симметрии необходимо рассматривать третий тип смешивания во взаимодействиях $SU(4)_V$ -лептокварков с кварками и лептонами. На основе последних экспериментальных данных по низкоэнергетическим редким процессам, запрещённым или сильно подавленным в стандартной модели, получены обновлённые оценки на массу лептокварка и параметры матриц смешивания в лагранжиане взаимодействия лептокварковых токов.

В третьей главе изучена эволюция возмущений метрики в модели УФстабильной фантомной тёмной энергии. Как уже было сказано, существуют два основных подхода для реализации фантомного эффективного уравнения состояния без патологического поведения в УФ-области: модификация гравитации на ультравысоких масштабах и введение новых лёгких полей без модификации уравнений Эйнштейна. Модель, изучаемая в главе, относится ко второму типу. Показано, что модель имеет тахионные нестабильности при больших длинах волн. Показано, что так же, как и тахионные моды, возмущения метрики экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых квантовой физикой вакуумных флуктуаций, и могут стать значительными при поздних временах. Получено ограничение на параметры модели, которое следует из требования, что амплитуды возмущений метрики не слишком большие сегодня.

Основные результаты диссертации представлены в статьях [23–28]:

- Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. High energy neutrino absorption by W production in a strong magnetic field // Physics Letters B. 2010. Vol. 690, No. 4. P. 386–389.
- Кузнецов А. В., Михеев Н. В., Сергиенко А. В. Распад нейтрино ультравысоких энергий на электрон и W-бозон в магнитном поле и его влияние на форму нейтринного спектра // Вестник ЯрГУ. Серия: Естественные и технические науки. 2010. № 2. С. 12-18.
- 3. Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. A decay of the ultrahigh-energy neutrino ν_e → e⁻W⁺ in a magnetic field and its influence on the shape of the neutrino spectrum // In: Proceedings of the 16th International Seminar "Quarks'2010", Kolomna, Moscow Region, Russia, June 6-12, 2010. Eds. V.A. Matveev e.a. V. 1. P. 282-289 [arXiv:1010.0582 (hep-ph)].
- 4. Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Serghienko A.V. The third type of fermion mixing in the lepton and quark interactions with leptoquarks // Int. J.

Mod. Phys. A 2012. V. 27, No. 11, P. 1250062.

- Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Serghienko A.V. The third type of fermion mixing and indirect limits on the Pati–Salam leptoquark mass // In: Proceedings of the 17th International Seminar "Quarks'2012", Yaroslavl, Russia, June 4-10, 2012 (submitted) [arXiv:1210.3697 (hep-ph)].
- Сергиенко А.В., Рубаков В.А. Фантомная тёмная энергия с тахионными нестабильностями: возмущения метрики // Теор. мат. физ. 2012. Т. 173, № 3, С. 1709-1719.

Основные результаты диссертации докладывались на XVI и XVII Международных семинарах "Кварки'2010", Коломна Московской обл., 6-12 июня 2010 г. и "Кварки'2012", Ярославль, 4-10 июня 2012 г., на Научной сессииконференции Секции ядерной физики Отделения физических наук РАН «Физика фундаментальных взаимодействий», Москва, МИФИ, 11-16 ноября 2012 г., на научном семинаре Лаборатории теоретической физики им. Н.Н. Боголюбова ОИЯИ (Дубна) и на научном семинаре кафедры теоретической физики ЯрГУ им. П.Г. Демидова.

Глава 1

Распад нейтрино ультравысоких энергий на электрон и W-бозон в магнитном поле и его влияние на форму нейтринного спектра

Исследовано влияние сильного внешнего магнитного поля на собственноэнергетический оператор нейтрино. Вычислены вероятность процесса распада нейтрино на электрон и W-бозон и средняя длина свободного пробега нейтрино ультравысоких энергий в сильном магнитном поле. Определена величина порога обрезания нейтринного спектра энергий, исследована его зависимость от интенсивности магнитного поля.

1.1 Введение

Среди перечисленных В.Л. Гинзбургом в 1999 г. [29] особенно важных и интересных проблем физики и астрофизики имеются три проблемы, которые вызывают в последние 10 лет всё возрастающий интерес исследователей, а именно: поведение вещества в сверхсильных магнитных полях; нейтронные звёзды и пульсары, сверхновые звёзды; нейтринная физика и астрономия, нейтринные осцилляции. Одним из важных факторов, стимулирующих рост интереса к указанным проблемам, было, несомненно, разрешение имевшей 30-летнюю историю загадки солнечных нейтрино в уникальном эксперименте на тяжёловодном детекторе нейтринной обсерватории Садбери, вместе с экспериментами по атмосферным и реакторным нейтрино, см., например, [30] и цитированные там работы.

Важным направлением исследования проблемы поведения вещества в сверхсильных магнитных полях является раздел астрофизики, связанный с изучением особого класса звёзд – магнитаров. Согласно общепринятым представлениям, это пульсары, то есть нейтронные звёзды, являющиеся остатками взрывов сверхновых и имеющие сверхсильные поверхностные магнитные поля ($B_s \sim 10^{15}$ Гс). Важную информацию об этих объектах могла бы дать, наряду с изучением широкого диапазона электромагнитного излучения, регистрация нейтринного потока от таких звёзд. Так, в ряде работ, см., например, [31]- [33], обсуждается возможность детектирования космических нейтрино ультравысоких энергий, ~ 1 ПэВ или даже выше, источниками которых могут быть магнитары.

Процесс эмиссии нейтрино с такими энергиями не может быть адекватно описан без учёта их взаимодействия с сильным магнитным полем магнитара, чему и посвящена эта глава. Анализ влияния внешней среды, в частности, сильного магнитного поля, на свойства нейтрино основан на вычислении собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$, из которого можно извлечь дисперсионное соотношение для нейтрино, а также мнимую часть собственной энергии нейтрино в среде, определяющую вероятность распада нейтрино на W^+ бозон и заряженный лептон, $\nu \to l^-W^+$. Далее в качестве заряженного лептона рассматривается электрон, но все формулы верны также для мюона и τ -лептона.

Исследование дисперсионного соотношения для нейтрино во внешнем магнитном поле имеет достаточно долгую историю [34]- [41]. В этих работах собственно-энергетический оператор нейтрино $\Sigma(p)$ был вычислен в различных областях значений физических параметров, однако, как показал анализ, список этих рассмотренных областей не является исчерпывающим. Кроме того, результат работы [40] определённо противоречит результату работы [37], однако приведённое в работе [40] объяснение этого расхождения выглядело достаточно странным. В работе [42] приведены предварительные результаты расчёта собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$ во внешнем магнитном поле, в основном подтвердившего результат работы [37] и ошибочность работы [40].

В этой главе частично воспроизводится анализ [42] и приводится результат численного расчёта порога обрезания нейтринного спектра энергий в широком диапазоне значений интенсивности магнитного поля. В первой части определены собственно-энергетический оператор и дополнительная энергия нейтрино во внешнем магнитном поле. Во второй части вычислены вероятность процесса распада нейтрино на электрон и W^+ -бозон и средняя длина свободного пробега нейтрино ультравысоких энергий в сильном магнитном поле. В третьей части определена величина порога обрезания нейтринного спектра энергий, исследована его зависимость от интенсивности магнитного поля.

1.2 Собственно-энергетический оператор нейтрино $\Sigma(p)$

Собственно-энергетический оператор нейтрино $\Sigma(p)$ определяется через инвариантную амплитуду перехода $\nu_e \to \nu_e$ соотношением

$$\mathcal{M}(\nu_e \to \nu_e) = -\left[\bar{\nu}(p)\,\Sigma(p)\,\nu(p)\right] = -\mathrm{Tr}\left[\Sigma(p)\,\rho(p)\right],\tag{1.1}$$

где $p = (E, \mathbf{p}) - 4$ -импульс нейтрино, $\rho(p) = \nu(p)\bar{\nu}(p)$ – матрица плотности нейтрино. Дополнительная энергия ΔE , приобретаемая нейтрино во внешнем магнитном поле, определяется через инвариантную амплитуду (1.1) следующим образом:

$$\Delta E = -\frac{1}{2E} \mathcal{M}(\nu_e \to \nu_e) \,. \tag{1.2}$$

S-матричный элемент для перехода $\nu_e \rightarrow \nu_e$ соответствует диаграммам Фейнмана, показанным на Рис. 1.1, где двойные линии обозначают точные пропагаторы в присутствии внешнего магнитного поля. Детальное описание техники вычисления собственно-энергетического оператора нейтрино $\Sigma(p)$ во внешнем электромагнитном поле может быть найдено, например,



Рис. 1.1: Фейнмановские диаграммы, представляющие индуцированный магнитным полем вклад в собственно-энергетический оператор нейтрино, в фейнмановской калибровке. Двойные линии соответствуют точным пропагаторам для заряженного лептона, *W*-бозона и нефизического заряженного скалярного Ф-бозона во внешнем магнитном поле.

в статье [36], см. также [38,39,43,44]. Соответствующий *S*-матричный элемент может быть использован, чтобы вывести стандартным путём инвариантную амплитуду (1.1), откуда собственно-энергетический оператор нейтрино принимает вид

$$\Sigma(p) = -\frac{i g^2}{2} \left[\gamma^{\alpha} L J_{\alpha\beta}^{(W)}(p) \gamma^{\beta} L + \frac{1}{m_W^2} (m_e R - m_{\nu} L) J^{(\Phi)}(p) \times (m_e L - m_{\nu} R) \right].$$
(1.3)

Здесь g – электрослабая константа связи Стандартной модели; γ_{α} – матрицы Дирака; $L = (1 + \gamma_5)/2$ и $R = (1 - \gamma_5)/2$ – проекционные операторы левой и правой киральностей соответственно. Интегралы, введённые в (1.3), имеют вид

$$J_{\alpha\beta}^{(W)}(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(q) G_{\beta\alpha}^{(W)}(q-p) ,$$

$$J^{(\Phi)}(p) = \int \frac{d^4q}{(2\pi)^4} S(q) D^{(\Phi)}(q-p) ,$$
(1.4)

где $S(q), G_{\beta\alpha}^{(W)}(q-p)$ и $D^{(\Phi)}(q-p) - \Phi$ урье-образы трансляционно-инвариантных частей пропагаторов электрона, W^- -бозона и заряженного скалярного Φ бозона соответственно. Следует отметить, что величина m_{ν} в (1.3) – в общем случае недиагональная массовая матрица дираковского нейтрино с учетом смешивания в лептонном секторе. Таким образом, несохраняющие аромат распады $\nu_e \to \mu W, \ \tau W$ также возможны, хотя и подавлены очень маленьким параметром $\sim (m_{\nu}/m_W)^2 \lesssim 10^{-22}$.

Общая лоренцевская структура оператора $\Sigma(p)$ в магнитном поле, опре-

делённая в (1.3), может быть представлена в следующем виде [39]:

$$\Sigma(p) = \left[\mathcal{A}_L (p\gamma) + \mathcal{B}_L (p\gamma)_{\parallel} + \mathcal{C}_L (p\tilde{\varphi}\gamma) \right] L + \left[\mathcal{A}_R (p\gamma) + \mathcal{B}_R (p\gamma)_{\parallel} + \mathcal{C}_R (p\tilde{\varphi}\gamma) \right] R + m_{\nu} \left[\mathcal{K}_1 + i \mathcal{K}_2 (\gamma\varphi\gamma) \right].$$
(1.5)

Здесь лоренцевские индексы 4-векторов и тензоров в скобках расположены последовательно, например, $(p\varphi\gamma) = p^{\alpha}\varphi_{\alpha\beta}\gamma^{\beta}$; φ – обезразмеренный тензор электромагнитного поля, отнесённый к величине внешнего *B*-поля, $\tilde{\varphi}$ – дуальный тензор:

$$\varphi_{\alpha\beta} = \frac{F_{\alpha\beta}}{B}, \qquad \tilde{\varphi}_{\alpha\beta} = \frac{1}{2} \varepsilon_{\alpha\beta\mu\nu} \varphi^{\mu\nu}.$$
 (1.6)

В системе отсчёта, где присутствует только внешнее магнитное поле **B**, мы направляем пространственную 3-ось вдоль вектора **B**. 4-векторы с индексами \perp и || принадлежат евклидову {1,2}-подпространству и {0,3}подпространству Минковского соответственно. Например, $p_{\perp} = (0, p_1, p_2, 0)$ и $p_{\parallel} = (p_0, 0, 0, p_3)$. Для произвольных 4-векторов P и Q мы используем обозначения

$$(PQ)_{\parallel} = (P \,\tilde{\varphi} \tilde{\varphi} \,Q) = P_0 Q_0 - P_3 Q_3 ,$$

$$(PQ)_{\perp} = (P \,\varphi \varphi \,Q) = P_1 Q_1 + P_2 Q_2 ,$$

$$(PQ) = (PQ)_{\parallel} - (PQ)_{\perp} .$$
(1.7)

Коэффициенты \mathcal{A}_R , \mathcal{B}_R , \mathcal{C}_R и $\mathcal{K}_{1,2}$ в (1.5) происходят из фейнмановской диаграммы, включающей скалярный Ф-бозон, в то время как коэффициенты \mathcal{A}_L , \mathcal{B}_L и \mathcal{C}_L содержат вклады от обеих диаграмм. Заметим, что коэффициенты \mathcal{A}_L , \mathcal{A}_R и \mathcal{K}_1 в (1.5) содержат ультрафиолетовую расходимость, которая устраняется вакуумной перенормировкой волновой функции и массы нейтрино. Используя (1.1), (1.2) и (1.5), дополнительную энергию нейтрино ΔE во внешнем магнитном поле можно записать в виде

$$\Delta E = \mathcal{B}_{L} \frac{p_{\parallel}^{2}}{2E} [1 - (\mathbf{sv})] + \mathcal{B}_{R} \frac{p_{\parallel}^{2}}{2E} [1 + (\mathbf{sv})] - \frac{m_{\nu}}{2} [\mathcal{C}_{L} - \mathcal{C}_{R} + 4\mathcal{K}_{2} - (\mathcal{B}_{L} - \mathcal{B}_{R}) (\mathbf{bv})] \left[(\mathbf{sb}_{t}) + \frac{m_{\nu}}{E} (\mathbf{sb}_{\ell}) \right] + \frac{m_{\nu}^{2}}{2E} (\mathcal{A}_{L} + \mathcal{A}_{R} + 2\mathcal{K}_{1}) , \qquad (1.8)$$

где $\mathbf{v} = \mathbf{p}/E$ – вектор скорости нейтрино, \mathbf{s} – единичный вектор удвоенного спина нейтрино, \mathbf{b} – единичный вектор вдоль направления магнитного поля, $\mathbf{b}_{t,\ell}$ – его поперечная и продольная составляющие по отношению к импульсу нейтрино, $\mathbf{b} = \mathbf{b}_t + \mathbf{b}_\ell$.

В предыдущих работах собственно-энергетический оператор нейтрино (1.5) был вычислен в различных областях значений физических параметров. Были исследованы следующие предельные случаи:

- і) случай слабого поля $(eB \ll m_e^2)$ [36, 38];
- іі) случай умеренно сильного поля $(m_e^2 \ll eB \ll m_W^2)$ [38];
- ііі) ситуация, когда поперечный импульс нейтрино p⊥ относительно магнитного поля довольно высокий, например, p⊥ ≥ m_W или p⊥ ≫ m_W, а напряжённость магнитного поля невысока, eB ≪ m_e², которая соответствует приближению скрещенного поля [35, 37, 39, 40]. Как уже отмечалось, результат работы [40] противоречит работе [37].

Существует ещё одна область значений физических параметров, которая требует подробного анализа. Имеется в виду случай космических нейтрино ультравысоких энергий, ~ 1 ПэВ или даже выше, источниками которых могут быть магнитары со сверхсильными поверхностными магнитными полями ($B_s \sim 10^{15}$ Гс), когда поперечный по отношению к полю импульс нейтрино велик, но при этом напряжённость магнитного поля также велика, так что приближение скрещенного поля неприменимо.

Пропагаторы заряженного лептона, *W*- и Ф-бозона в магнитном поле

Фурье-образы трансляционно-инвариантных частей точных пропагаторов во внешнем магнитном поле, входящие в выражения (1.4), могут быть представлены в фоковском формализме собственного времени в следующем виде, см., например, [36,45]. Пропагатор лептона

$$S(q) = \int_{0}^{\infty} \frac{\mathrm{d}s}{\cos\beta s} \,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega_{e}} \left\{ \left[(q\gamma)_{\parallel} + m_{\ell} \right] \left[\cos\beta s - \frac{(\gamma\varphi\gamma)}{2} \sin\beta s \right] - \frac{(q\gamma)_{\perp}}{\cos\beta s} \right\},$$
(1.9)

где $\beta = eB$ и m_e – масса электрона.

Аналогично, пропагатор W-бозона может быть записан как

$$G_{\rho\sigma}(q) = -\int_{0}^{\infty} \frac{\mathrm{d}s}{\cos\beta s} e^{-\mathrm{i}\Omega_{W}} \left[(\tilde{\varphi}\tilde{\varphi})_{\rho\sigma} - (\varphi\varphi)_{\rho\sigma} \cos 2\beta s - \varphi_{\rho\sigma} \sin 2\beta s \right].$$

$$(1.10)$$

И наконец, для пропагатора Ф-бозона получим

$$D^{(\Phi)}(q) = \int_{0}^{\infty} \mathrm{d}s \,\mathrm{e}^{-\mathrm{i}\Omega_{W}}, \qquad (1.11)$$

где мы выбрали фейнмановскую калибровку для W и Φ бозонов и ввели обозначение (j = e, W)

$$\Omega_j = s \left(m_j^2 - q_{\parallel}^2 \right) + \frac{\tan \beta s}{\beta} q_{\perp}^2 \,. \tag{1.12}$$

1.4 Распад нейтрино $\nu \to e^- W^+$ во внешнем электромагнитном поле

Вероятность распада нейтрино $\nu \to e^- W^+$ во внешнем электромагнитном поле – это один из наиболее интересных результатов, которые могут быть извлечены из собственно-энергетического оператора нейтрино. Эта вероятность может быть выражена через мнимую часть амплитуды (1.1) с собственно-энергетическим оператором нейтрино (1.5).

Для простоты здесь и далее мы пренебрегаем массой нейтрино m_{ν} , выбирая матрицу плотности левых нейтрино как $\rho(p) = (p\gamma) R$. Получаем

$$w(\nu \to e^- W^+) = \frac{1}{E} \operatorname{Im} \mathcal{M}(\nu_e \to \nu_e) = -\frac{1}{E} \operatorname{Im} \operatorname{Tr} \left[\Sigma(p) \left(p\gamma \right) R \right] =$$
$$= -2 \frac{p_{\perp}^2}{E} \operatorname{Im} \mathcal{B}_L.$$
(1.13)

Анализ распада нейтрин
о $\nu \to e^- W^+$ во внешнем поле интересен только при ультравы
соких энергиях нейтрино.

Во всех предыдущих работах вероятность распада нейтрино во внешнем электромагнитном поле была вычислена в приближении скрещенного поля. В этом случае вероятность выражается через динамический полевой параметр χ и параметр массы лептона λ

$$\chi = \frac{e(pFFp)^{1/2}}{m_W^3}, \qquad \lambda = \frac{m_e^2}{m_W^2}.$$
(1.14)

Частный случай скрещенного поля обладает большей общностью, чем это может показаться на первый взгляд. Действительно, возможна ситуация, когда динамический полевой параметр χ релятивистской частицы, распространяющейся в относительно слабом электромагнитном поле, $F < B_e$ (где под F подразумевается напряжённость электрического и/или магнитного поля, $B_e = m_e^2/e \sim 10^{13}$ Гс – критическое значение поля), оказывается достаточно велик. В этом случае поле в системе покоя частицы может существенно превышать критическое значение и оказаться близким к скрещенному полю. Даже в магнитном поле, напряжённость которого намного больше, чем критическое значение, результат, полученный в скрещенном поле, будет корректно описывать лидирующий вклад в вероятность процесса в чисто магнитном поле, если $\chi \gg B/B_e$.

В системе отсчёта, где поле чисто магнитное, динамический полевой параметр принимает вид

$$\chi = \frac{eB \ p_\perp}{m_W^3}.\tag{1.15}$$

Общее выражение для вероятности распада может быть записано в этом случае в виде [39]

$$w\left(\nu \to e^{-}W^{+}\right) = -\frac{\sqrt{2}G_{F}m_{W}^{4}\chi^{2/3}}{12\pi E} \times \\ \times \int_{0}^{1} \frac{d\nu\nu\left[2\left(1+\nu\right)\left(2+\nu\right)+\lambda\left(1-\nu\right)\left(2-\nu\right)\right]}{\left[\nu\left(1-\nu\right)\right]^{4/3}} \frac{d\mathrm{Ai}\left(u\right)}{du},$$
(1.16)

где

$$\operatorname{Ai}\left(u\right) = \frac{1}{\pi} \int_{0}^{\infty} dt \cos\left(tu + \frac{t^{3}}{3}\right) \tag{1.17}$$

есть функция Эйри аргумента

$$u = \frac{\nu + \lambda (1 - \nu)}{\left[\chi \nu (1 - \nu)\right]^{2/3}}.$$
(1.18)

Производная функции Эйри выражается через функцию Макдональда $K_{\nu}\left(x
ight)$

$$\frac{d\operatorname{Ai}(u)}{du} = -\frac{u}{\sqrt{3}\pi} K_{2/3}\left(\frac{2}{3}u^{3/2}\right).$$
(1.19)

Переходя в (1.16) к пределу $\chi, \lambda \ll 1$, получим результат, который может быть выражен только через модифицированный динамический полевой параметр вида

$$\xi = \frac{\chi}{\sqrt{\lambda}} = \frac{eB \ p_\perp}{m_e \ m_W^2} \,. \tag{1.20}$$

Заметим, что интервал значений параметра ξ оказывается весьма широким, $0 < \xi \ll 1/\sqrt{\lambda}$, при этом $1/\sqrt{\lambda} \gg 1$. Принимая во внимание экспоненциальное убывание функции Макдональда $K_{\nu}(x)$ при больших значениях аргумента, можно видеть, что область малых значений переменной ν даёт основной вклад в интеграл (1.16) при малых χ . Производя замену переменной интегрирования $\nu = \lambda x$, можно преобразовать вероятность распада к виду

$$w\left(\nu \to e^{-}W^{+}\right) = \frac{\sqrt{2}G_{F}}{3\pi} \frac{\left(eBp_{\perp}\right)^{2}}{m_{W}^{2}E} F\left(\xi\right), \qquad (1.21)$$

где

$$F(\xi) = \frac{1}{\sqrt{3}\pi\xi^2} \int_0^\infty dx \frac{1+x}{x} K_{2/3}\left(\frac{2}{3}\frac{(1+x)^{3/2}}{\xi x}\right).$$
 (1.22)

Напомним, что эти формулы справедливы в приближении $\xi \ll m_W/m_e$. Интервал значений ξ является очень широким для электрона, $\xi \ll 1.6 \times 10^5$, но он не так широк для τ -лептона, $\xi \ll 45$. Интегрирование в (1.22) может быть выполнено точно, что даёт

$$F\left(\xi\right) = \left(1 + \frac{\sqrt{3}}{\xi}\right) \exp\left(-\frac{\sqrt{3}}{\xi}\right). \tag{1.23}$$

Формулы (1.21)–(1.23) следует сравнить с результатами работ [35,37,40]. Заметим, что вероятность распада w, определённая в работах [35,39], совпадает, в естественной системе единиц, с коэффициентом поглощения α [37] и коэффициентом затухания нейтрино γ [40]. Можно видеть, что коэффициент поглощения α , присутствующий в формуле (25) работы [37], выглядит очень похожим на наше выражение (1.21) и (1.23). Однако угловая зависимость в наших формулах различная: вместо фактора $p_{\perp}^2/E = E \sin^2 \theta$, стоящего в нашем выражении (1.21), в формуле (25) работы [37] присутствует фактор $p_{\perp} = E \sin \theta$. С другой стороны, можно видеть, что наш результат (1.21)–(1.23) определённо противоречит формуле (58) работы [40], где была произведена попытка исследовать процесс $\nu \rightarrow e^-W^+$ в приближении скрещенного поля. Различие наиболее существенно при малых значениях ξ , где результат работы [40] является сильно заниженным.

В более ранней статье [35] Борисовым и др. было выполнено вычисление вероятности процесса $\nu \to e^-W^+$ в двух предельных случаях малого и большого значений параметра χ . В пределе $\chi^2 \ll \lambda$ их результат может быть представлен в виде

$$w = \frac{\sqrt{2} G_{\rm F}}{\sqrt{3} \pi} m_e \ eB \sin \theta \exp\left(-\sqrt{3} \ \frac{m_e m_W^2}{eB \ p_\perp}\right). \tag{1.24}$$

Этот результат может быть воспроизведён из общих формул (1.21)–(1.23). С другой стороны, в пределе $\chi \gg 1$ ($\xi \gg 1/\sqrt{\lambda}$) результат статьи [35] может быть записан в виде

$$w = \frac{\sqrt{3} G_{\rm F}}{\sqrt{2} \pi} m_W eB \sin\theta \tag{1.25}$$

и также может быть получен из более общей формулы (1.16).

Исследование распада $\nu \to e^- W^+$ может иметь физический смысл только в полях масштаба магнитных полей пульсаров, где напряжённость поля порядка критического значения ~ 10^{13} Гс. Записанные выше формулы для вероятности, кроме выражения (1.25), применимы только для относительно слабых полей, $B \ll 10^{13}$ Гс. Принимая во внимание открытие магнитаров, нейтронных звёзд с полями ~ $10^{14} - 10^{15}$ Гс, интересно вычислить вероятность процесса $\nu \to e^- W^+$ в таких полях, когда приближение скрещенного поля неприменимо.

Таким образом, мы будем использовать следующую иерархию физических параметров: $p_{\perp}^2 \gg m_W^2 \gg eB \gg m_e^2$. Подставляя (1.3) в (1.13) и учитывая (1.9)–(1.11) получаем (см. Приложение А), что вероятность процесса может быть представлена в виде

$$w(\nu \to e^- W^+) = \frac{G_{\rm F} \, (eB)^{3/2} \, p_\perp}{\pi \sqrt{2\pi} \, E} \, \Phi(\eta) \,, \qquad (1.26)$$

где $\Phi(\eta)$ – функция, зависящая только от параметра $\eta = 4eBp_{\perp}^2/m_W^4$:

$$\Phi(\eta) = \frac{1}{\eta} \int_{0}^{\infty} \frac{\mathrm{d}y}{y^{1/2}} \frac{(\tanh y)^{1/2}}{(\sinh y)^{2}} \frac{(\sinh y)^{2} - y \tanh y}{(y - \tanh y)^{3/2}} \times \\ \times \exp\left[-\frac{y \tanh y}{\eta(y - \tanh y)}\right].$$
(1.27)

Подчеркнём, что эта формула получена в пренебрежении массой электрона как наименьшего параметра в используемой иерархии.

Формулы (1.26), (1.27) представляют наши главные результаты в широкой области значений параметра η , $0 < \eta \ll m_W^2/(eB)$. Функция $\Phi(\eta)$ существенно упрощается при больших и малых значениях аргумента. В пределе $\eta \gg 1$ получим

$$\Phi(\eta \gg 1) \simeq \frac{1}{3} \sqrt{\pi(\eta - 0.3)},$$
(1.28)

при этом ошибка составляет менее 1 % для $\eta > 10$. Формулы (1.26), (1.28) воспроизводят вероятность (1.21), (1.23), где следует использовать предел $\xi \gg 1$, и $F(\xi \gg 1) \simeq 1$. В другом предельном случае $\eta \ll 1$ получаем

$$\Phi(\eta \ll 1) \simeq \exp\left(-\frac{1}{\eta}\right) \left(1 - \frac{1}{2}\eta + \frac{3}{4}\eta^2\right)$$
(1.29)

с ошибкой менее 1 % для $\eta < 0.5$.

1.5 Обрезание спектра энергий нейтрино магнитным полем

Полученные формулы позволяют установить верхний предел на спектр энергий нейтрино, распространяющихся в сильном магнитном поле. Рассмотрим типичный размер R области с сильным магнитным полем масштаба $R \sim 10$ км. Если средняя длина свободного пробега нейтрино $\lambda = 1/w$ много меньше, чем размер области, где присутствует поле, $\lambda \ll R$, все нейтрино распадаются внутри такого поля. Для $\lambda = 1$ км $\ll R$ находим энергию обрезания E_c для спектра нейтрино, в зависимости от напряжённости магнитного поля. Результат численного расчёта этой зависимости приведён на Рис. 1.2.

Существуют две области физических параметров, где зависимость энергии обрезания E_c от интенсивности магнитного поля существенно упрощается:

1) для относительно слабого поля, $B\simeq 0.1 B_e\simeq 4\times 10^{12}$ Гс, средняя



Рис. 1.2: Зависимость энергии обрезания E_c (эВ) для спектра нейтрино от интенсивности магнитного поля по отношению к критическому полю при фиксированной длине свободного пробега нейтрино, $\lambda = 1$ км

длина свободного пробега нейтрино может быть получена из (1.24):

$$\lambda \simeq \frac{4.9 \,\mathrm{M}}{B_{0.1} \,\sin\theta} \,\exp\left(\frac{219}{B_{0.1} \,E_{15} \,\sin\theta}\right),\tag{1.30}$$

где $B_{0.1} = B/(0.1B_e), E_{15} = E/(10^{15} \text{ эB}),$ а энергия обрезания, соответствующая $\lambda = 1$ км, при $B_{0.1} = 1, \ \theta = \pi/2$ есть

$$E_c \simeq 0.4 \times 10^{17} \text{ sB};$$
 (1.31)

2) для относительно сильного поля, $B \simeq 10B_e \simeq 4 \times 10^{14}$ Гс, средняя длина свободного пробега нейтрино может быть получена из (1.26), (1.29):

$$\lambda \simeq \frac{3.2 \,\mathrm{cM}}{B_{10}^{3/2} \,\sin\theta} \,\exp\left(\frac{4.0}{B_{10} \,E_{15}^2 \,\sin^2\theta}\right),\tag{1.32}$$

где $B_{10} = B/(10B_e)$, а энергия обрезания, соответствующая $\lambda = 1$ км, при $B_{10} = 1, \ \theta = \pi/2$ есть

$$E_c \simeq 0.6 \times 10^{15} \text{ sB}.$$
 (1.33)

Полученные результаты демонстрируют существенное влияние сильного магнитного поля на вероятность процесса $\nu \rightarrow e^-W^+$. Несмотря на экспоненциальный характер подавления вероятности в сильном поле, см. (1.26), (1.29), так же, как и в слабом поле, см. (1.24), вероятность распада для одной и той же энергии нейтрино в сильном поле на порядки величины больше, чем в слабом поле.

1.6 Заключение

В этой главе исследуется собственно-энергетический оператор нейтрино во внешнем электромагнитном поле. Из мнимой части петлевой амплитуды перехода $\nu \to e^- W^+ \to \nu$ во внешнем поле находится вероятность распада нейтрино $\nu \to e^- W^+$. Выражение для вероятности $w (\nu \to e^- W^+)$ исследовано в различных диапазонах значений физических параметров. В приближении скрещенного поля результат для вероятности выглядит очень похожим на соответствующее выражение работы [37], однако угловая зависимость в этих формулах различная. С другой стороны, результат для вероятности определённо противоречит соответствующей формуле работы [40], где была произведена попытка ещё раз исследовать процесс в приближении скрещенного поля. Различие наиболее существенно при малых значениях модифицированного динамического полевого параметра ξ , где результат работы [40] является сильно заниженным. В двух предельных случаях очень малого и очень большого значений динамического полевого параметра χ из общих формул для вероятности процесса $\nu \rightarrow e^-W^+$ в скрещенном поле могут быть воспроизведены результаты более ранней статьи [35]. Приведён результат численного расчёта порога обрезания нейтринного спектра энергий в широком диапазоне значений интенсивности магнитного поля.

Глава 2

Третий тип смешивания фермионов во взаимодействиях кварков и лептонов с лептокварками

В данной главе анализируются низкоэнергетические проявления минимального расширения электрослабой стандартной модели, основанного на кварклептонной симметрии типа Пати-Салама $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$. Показано, что при наличии такой симметрии необходимо рассматривать третий тип смешивания во взаимодействиях $SU(4)_V$ -лептокварков с кварками и лептонами. Дополнительная свобода в выборе параметров смешивания, в принципе, может позволить значительно уменьшить нижний предел на массу векторного лептокварка, получаемый из низкоэнергетических редких процессов, запрещённых или сильно подавленных в стандартной модели.

2.1 Введение

В то время как LHC систематически проверяет масштабы энергий электрослабой теории и выше, вспомним два критерия оценки физической теории, упомянутые А. Эйнштейном [46]. Первый тривиален и называется "внешнее подтверждение": теория не должна противоречить эмпирическим фактам. В настоящее время на LHC проводится проверка этого критерия и для стандартной модели, и для её различных расширений. Второй критерий, называемый "внутренним совершенством" теории, может быть очень важным для прояснения области поиска для новой физики.

Все существующие экспериментальные данные в физике частиц находятся в хорошем согласии с предсказаниями стандартной модели. Однако существуют задачи, которые не могут быть решены в рамках стандартной модели, и она, очевидно, не является полной или окончательной теорией. Бесспорно, стандартная модель является низкоэнергетическим пределом некоторой более высокой симметрии. Вопрос в том, какой может быть эта симметрия? И главный вопрос, каков энергетический масштаб восстановления этой симметрии? Не радует перспектива, что восстановление этой высшей симметрии происходит на очень высоком энергетическом масштабе, в так называемой калибровочной пустыне. Значительно более привлекательна идея последовательного восстановления симметрии. Выглядит естественным в этом случае предположить соответствие иерархий симметрий и энергетических масштабов их восстановления. Сейчас мы находимся на первой ступеньке некоторой лестницы симметрий и пытаемся угадать, какой может быть следующая. Если мы рассматриваем с этой точки зрения некоторые хорошо известные высшие симметрии, то уместны два вопроса. Первый, не является ли суперсимметрия [47], как симметрия бозонов и фермионов, более высокой, чем симметрия внутри фермионного сектора, т.е. кварк-лептонная симметрия [19], или симметрия внутри бозонного сектора, т.е. лево-правая симметрия [48]- [51]? Второй, не связано ли восстановление суперсимметрии с более высоким энергетическим масштабом, чем другие? Недавние поиски суперсимметрии, проведённые на коллайдерах Tevatron и LHC [52], показали, что не было найдено значительных отклонений от предсказаний стандартной модели, широкая область параметров, доступная для суперсимметрии, была существенно сокращена, и наиболее вероятные сценарии, предсказанные электрослабыми точными проверками, сейчас исключены или ограничены новыми строгими пределами.

Мы хотели бы проанализировать возможность, когда кварк-лептонная симметрия является следующим шагом за рамки стандартной модели. Вместе с аргументом "внутреннего совершенства" для этой теории, существует прямое свидетельство в её пользу. Проблема фермионных поколений известна как одна из наиболее выдающихся проблем современной физики частиц и может быть главным обоснованием для выхода за рамки стандартной модели. А именно, сокращение треугольных аксиальных аномалий, необходимое для того, чтобы стандартная модель была перенормируемой, требует, чтобы фермионы были сгруппированы в поколения. Эта связь даёт уравнение $\sum_f T_{3f} Q_f^2 = 0$, где суммирование производится по всем фермионам поколения, как кваркам трёх цветов, так и лептонам, T_{3f} – третья компонента слабого изоспина, и Q_f – электрический заряд фермиона. Из этого уравнения следует, что расходящаяся аксиально-векторная часть треугольной $Z\gamma\gamma$ -диаграммы с фермионной петлёй исчезает.

Модель, где комбинация кварков и лептонов в поколения выглядит наиболее естественной, была предложена Дж. Пати и А. Саламом [19] и основана на кварк-лептонной симметрии. Лептонное число трактуется в модели как четвёртый цвет. В качестве минимальной калибровочной группы, реализующей эту симметрию, можно рассмотреть полупростую группу $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$. Для начала, можно в качестве G_R взять группу $U(1)_R$. Фермионы скомбинированы в фундаментальные представления подгруппы $SU(4)_V$: нейтрино с *up*-кварками и заряженные лептоны – с *down*-кварками:

$$\begin{pmatrix} u^{1} \\ u^{2} \\ u^{3} \\ \nu \end{pmatrix}_{i}, \quad \begin{pmatrix} d^{1} \\ d^{2} \\ d^{3} \\ \ell \end{pmatrix}_{i}, \quad i = 1, 2, 3 \dots (?), \quad (2.1)$$

где верхние индексы 1,2,3 нумеруют цвета, а нижний индекс i нумерует поколения фермионов (для определенности будем далее говорить о трех поколениях), т.е. u_i обозначает u, c, t, а d_i обозначает d, s, b.

Левые фермионы образуют фундаментальные представления подгруппы $SU(2)_L$:

$$\left(\begin{array}{c} u^c \\ d^c \end{array}\right)_L, \qquad \left(\begin{array}{c} \nu \\ \ell \end{array}\right)_L. \tag{2.2}$$

Следует помнить, что когда рассматриваются собственные состояния массы, необходимо учитывать смешивание состояний фермионов (2.1), (2.2), что будет проанализировано ниже.

Вспомним, что такое расширение стандартной модели имеет ряд привлекательных черт.

- Как было упомянуто выше, определённая кварк-лептонная симметрия необходима, чтобы стандартная модель была перенормируемой: сокращение треугольных аномалий требует, чтобы фермионы были сгруппированы в поколения.
- 2. Отсутствует распад протона, потому что лептонный заряд, трактуемый как четвёртый цвет, строго сохраняется.

3. "Зажатость" кварков и лептонов в представлениях (2.1) приводит к естественному объяснению дробного гиперзаряда кварков. Действительно, бесследовый 15-ый генератор T_{15}^V подгруппы $SU(4)_V$ может быть представлен в виде

$$T_{15}^V = \sqrt{\frac{3}{8}} \operatorname{diag}\left(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -1\right) = \sqrt{\frac{3}{8}} Y_V.$$
 (2.3)

Примечательно, что на диагонали расположены значения гиперзаряда стандартной модели для левых кварков и лептонов, входящих в $SU(2)_L$ -дублеты. Назовем эту характеристику векторным гиперзарядом, Y_V , и предположим, что он одинаков для левых и правых фермионов.

 Предположим, что G_R = U(1)_R. Хорошо известные значения гиперзаряда стандартной модели для левых и правых и для up- и downкварков и лептонов имеют значения:

$$Y_{SM} = \begin{cases} \begin{pmatrix} \frac{1}{3} \\ \frac{1}{3} \end{pmatrix} & \text{для } q_L; \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \end{pmatrix} & \text{для } \ell_L \\ -1 \end{pmatrix} & \text{для } \ell_L \\ \begin{pmatrix} \frac{4}{3} \\ -\frac{2}{3} \end{pmatrix} & \text{для } q_R; \begin{pmatrix} 0 \\ -2 \end{pmatrix} & \text{для } \ell_R \end{cases}$$
(2.4)

Следовательно, из уравнения $Y_{SM} = Y_V + Y_R$, с учётом уравнения (2.3), получаем, что значения правого гиперзаряда Y_R оказываются равными ±1 для *up*- и *down*-фермионов соответственно, как кварков, так и лептонов. Заманчиво истолковать это обстоятельство как указание на то, что правый гиперзаряд есть удвоенная третья компонента правого изоспина. Таким образом, подгруппа G_R , возможно, есть $SU(2)_R$. "При учёте данных обстоятельств было бы странно, если бы Природа не использовала это", как П. Дирак написал по другому поводу [53].

Наиболее экзотичный объект симметрии Пати-Салама – это заряженный цветной калибровочный Х-бозон, называемый лептокварком. Его масса M_X должна быть масштабом нарушения $SU(4)_V$ до $SU(3)_c$. Имеются как прямые, так и косвенные ограничения на массу векторного лептокварка, см. [20]. Недавний прямой поиск [54] векторных лептокварков с использованием $\tau^+ \tau^- b \bar{b}$ -событий в $p \bar{p}$ -столкновениях при $E_{cm} = 1.96$ ТэВ дал нижний предел массы на уровне 250–300 ГэВ, в зависимости от предполагаемой связи. Значительно более строгие косвенные пределы вычислены из ограничений на индуцированные лептокварками четырёхфермионные взаимодействия, которые получены из низкоэнергетических экспериментов. Есть целый ряд статей, где такие косвенные пределы на массу векторного лептокварка были оценены, см., например, [55]-[65]. Наиболее строгие ограничения [20] были получены из данных на распад $\pi \to e\nu$ и из верхних пределов на распады $K^0_L \to e \mu$ и $B^0 \to e \tau$. Однако такие оценки не были полными, потому что там не было учтено явление смешивания в лептон-кварковых токах. Будет показано, что такое смешивание неизбежно возникает в теории.

Важная для рассмотрения часть модели – это её скалярный сектор, который также содержит экзотические объекты, такие как скалярные лептокварки. Здесь мы не касаемся скалярного сектора, который может быть значительно более неоднозначным, чем калибровочный. Такой анализ может быть найден, например, в работах [64]- [66].

Глава организована следующим образом. В разделе 2.2 доказывается, что три типа смешивания фермионов неизбежно появляются на петлевом уровне, если изначально фермионы взяты без смешивания. Эффективный четырёхфермионный лагранжиан, полученный из взаимодействий лептокварков с кварками и лептонами, представлен в разделе 2.3. В разделе 2.4 получены ограничения на параметры схемы, основанные на данных из различных низкоэнергетических процессов, которые сильно подавлены или запрещены в стандартной модели. Комбинированное ограничение на массу векторного лептокварка из π -, K-, τ - и B-распадов получено в разделе 2.5. В разделе 2.6 получено комбинированное ограничение на массу векторного лептокварка из тех же самых процессов в случае различных смешиваний для левых и правых фермионов. В разделе 2.7 представлено ещё одно независимое ограничение на массу векторного лептокварка, следующее из распада $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$.

2.2 Третий тип смешивания фермионов

В результате механизма Хиггса в модели Пати-Салама появляются дробно заряженные цветные калибровочные X-бозоны – векторные лептокварки. Лептокварки ответственны за переходы между кварками и лептонами. Масштаб нарушения $SU(4)_V$ -симметрии до $SU(3)_c$ есть масса лептокварка M_X . Три поколения фермионов сгруппированы в следующие $\{4, 2\}$ представления группы $SU(4)_V \otimes SU(2)_L$:

$$\begin{pmatrix} u^c & d^c \\ \nu & \ell \end{pmatrix}_i \quad (i = 1, 2, 3), \qquad (2.5)$$

где *с* – цветовой индекс, который в дальнейшем будем опускать. Известно, что существует смешивание кварков в слабых заряженных токах, которое описывается матрицей Кабиббо-Кобаяши-Маскава. Следовательно, как ми-



Рис. 2.1: Фейнмановская диаграмма, иллюстрирующая появления фермионных смешиваний.

нимум одно из состояний в (2.5), *и* или *d*, недиагонально по массе. Можно просто увидеть, что из-за смешивания, появляющегося на петлевом уровне, ни одна из компонент в общем случае не является собственным состоянием массы. Как обычно, мы предполагаем, что все состояния в (2.5), кроме *d*, изначально диагональны по массе. Это приводит к недиагональным переходам $\ell \to X + d(s,b) \to \ell'$ через кварк-лептокварковую петлю, см. Рис. 2.1. Поскольку эта диаграмма расходящаяся, соответствующий контрчлен должен существовать на древесном уровне. Это означает, что лептоны ℓ в представлениях (2.5) не являются состояниями с определенной массой, и существует смешивание в лептонном секторе. Аналогично появляются другие недиагональные переходы. Следовательно, для того, чтобы теория была перенормируемой, необходимо ввести все виды смешивания уже на древесном уровне.

Так как все фермионные представления тождественны, они всегда могут быть перегруппированы так, что одно состояние будет диагональным по массе. Наиболее естественный путь – это диагонализация заряженных лептонов. В этом случае фермионные представления могут быть записаны
в виде

$$\begin{pmatrix} u & d \\ \nu & \ell \end{pmatrix}_{\ell} = \begin{pmatrix} u_e & d_e \\ \nu_e & e \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{\mu} & d_{\mu} \\ \nu_{\mu} & \mu \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} u_{\tau} & d_{\tau} \\ \nu_{\tau} & \tau \end{pmatrix}.$$
 (2.6)

Здесь нижние индексы кварков и нейтрино $\ell = e, \mu, \tau$ обозначают состояния, которые не являются состояниями с определенной массой и входят в то же самое представление, что и заряженный лептон ℓ :

$$\nu_{\ell} = \sum_{i} \mathcal{K}_{\ell i} \nu_{i}, \quad u_{\ell} = \sum_{p} \mathcal{U}_{\ell p} u_{p}, \quad d_{\ell} = \sum_{n} \mathcal{D}_{\ell n} d_{n}.$$
(2.7)

Здесь $\mathcal{K}_{\ell i}$ – унитарная лептонная матрица смешивания Понтекорво–Маки– Накагава–Саката [67]- [70]. Матрицы $\mathcal{U}_{\ell p}$ и $\mathcal{D}_{\ell n}$ есть унитарные матрицы смешивания во взаимодействиях лептокварков с *up*- и *down*-фермионами соответственно, как кварками, так и лептонами. Состояния ν_i , u_p и d_n – состояния с определенной массой:

$$\nu_{i} = (\nu_{1}, \nu_{2}, \nu_{3}),$$

$$u_{p} = (u_{1}, u_{2}, u_{3}) = (u, c, t),$$

$$d_{n} = (d_{1}, d_{2}, d_{3}) = (d, s, b).$$
(2.8)

Таким образом, в данной схеме в общем случае присутствуют три типа смешивания.

В наших обозначениях хорошо известный лагранжиан, описывающий взаимодействие слабых заряженных токов с *W*-бозонами, принимает вид:

$$\mathcal{L}_{W} = \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\left(\bar{\nu}_{\ell} O_{\alpha} \ell \right) + \left(\bar{u}_{\ell} O_{\alpha} d_{\ell} \right) \right] W_{\alpha}^{*} + \text{h.c.}$$

$$= \frac{g}{2\sqrt{2}} \left[\mathcal{K}_{\ell i}^{*} \left(\bar{\nu}_{i} O_{\alpha} \ell \right) + \mathcal{U}_{\ell p}^{*} \mathcal{D}_{\ell n} \left(\bar{u}_{p} O_{\alpha} d_{n} \right) \right] W_{\alpha}^{*} + \text{h.c.}, \qquad (2.9)$$

где g – постоянная группы $SU(2)_L$, и $O_{\alpha} = \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5)$. Стандартная матрица Кабиббо–Кобаяши–Маскава имеет вид: $V = \mathcal{U}^{\dagger} \mathcal{D}$, и это единственная

имеющаяся информация о матрицах смешивания \mathcal{U} и \mathcal{D} в лептокварковом секторе. Матрица \mathcal{K} , описывающая смешивание в лептонном секторе, является предметом интенсивных экспериментальных исследований.

В результате спонтанного нарушения $SU(4)_V$ симметрии до $SU(3)_c$ на масштабе M_X шесть массивных векторных бозонов, образующих три заряженных цветных лептокварка, отщепляются от 15-плета калибровочных полей. Взаимодействие этих лептокварков с фермионами имеет вид

$$\mathcal{L}_X = \frac{g_S(M_X)}{\sqrt{2}} \left[\mathcal{D}_{\ell n} \left(\bar{\ell} \gamma_\alpha d_n^c \right) + \left(\mathcal{K}^{\dagger} \mathcal{U} \right)_{ip} \left(\bar{\nu}_i \gamma_\alpha u_p^c \right) \right] X_\alpha^c + \text{h.c.}, \qquad (2.10)$$

где ещё раз явно выписан цветовой верхний индекс c. Константа связи $g_S(M_X)$ выражается через константу сильного взаимодействия α_S на масштабе массы лептокварка $M_X: g_S^2(M_X)/4\pi = \alpha_S(M_X)$.

2.3 Эффективный лагранжиан с учётом КХД-поправок

Если передаваемый импульс удовлетворяет условию $q^2 \ll M_X^2$, лагранжиан (2.10) приводит к эффективному четырёхфермионному вектор-векторному взаимодействию между кварками и лептонами. Применяя преобразование Фирца, можно выделить лептонные и кварковые токи (скалярные, псевдоскалярные, векторные и аксиально-векторные) в эффективном лагранжиане. В построении эффективного лагранжиана лептокварковых взаимодействий необходимо учесть КХД-поправки, которые могут быть просто оценены, см., например, [71,72]. В изучаемом случае мы можем использовать приближение лидирующих логарифмов, потому что $\ln(M_X/\mu) \gg 1$, где $\mu \sim 1$ ГэВ – типичный адронный масштаб. С учётом КХД-поправок скалярная и псевдоскалярная связи приобретают усиливающий фактор

$$Q(\mu) = \left(\frac{\alpha_S(\mu)}{\alpha_S(M_X)}\right)^{4/b}, \qquad (2.11)$$

где $\alpha_S(\mu)$ – постоянная сильного взаимодействия на масштабе μ , $\bar{b} = 11 - 2/3(\bar{n}_f)$, и \bar{n}_f – среднее число кварковых ароматов на масштабах $\mu^2 \leq q^2 \leq M_X^2$; для $M_X^2 \gg m_t^2$ мы имеем $\bar{b} \simeq 7$.

Исследуем вклад в низкоэнергетические процессы лагранжиана взаимодействия (2.10), включающего лептокварки, и найдём ограничения на параметры схемы из доступных экспериментальных данных. Как будет показано ниже, наиболее строгие ограничения на массу векторного лептокварка M_X и элементы матрицы смешивания \mathcal{D} следуют из данных на редкие π и K-распады и μe -конверсию на ядрах.

Возможные ограничения на массы и константы связи векторных лептокварков из экспериментальных данных на редкие распады π - и K-мезонов были проанализированы в [55]– [65]. Один подход [55, 57, 58] был основан на использовании феноменологических модельно-независимых лагранжианов, описывающих взаимодействия лептокварков с кварками и лептонами. Кварк-лептонная симметрия Пати-Салама была рассмотрена в [56, 59]– [65]. КХД-поправки были включены в анализ в [59]– [61]. Авторы [59] рассматривали возможность смешивания в кварк-лептонных токах, но они анализировали только специальные случаи, в которых каждый заряженный лептон ассоциировался с одним поколением кварков. В наших обозначениях это соответствует матрицам \mathcal{D} , которые получены из единичной матрицы путём всевозможных перестановок столбцов.

В описании взаимодействий π - и *К*-мезонов достаточно удержать только скалярную и псевдоскалярную связи в эффективном лагранжиане. Действительно, эти связи более значительны в амплитудах, потому что они усилены, во-первых, КХД-поправками и, во-вторых, малостью бегущих масс кварков, появляющихся в знаменателях амплитуды. Соответствующая часть эффективного лагранжиана может быть представлена в виде

$$\Delta \mathcal{L}_{\pi,K} = -\frac{2\pi\alpha_S (M_X)}{M_X^2} Q(\mu) \left[\mathcal{D}_{\ell n} \left(\mathcal{U}^{\dagger} \mathcal{K} \right)_{pi} \left(\bar{\ell} \gamma_5 \nu_i \right) \left(\bar{u}_p \gamma_5 d_n \right) + \text{h.c.} + \mathcal{D}_{\ell n} \mathcal{D}^*_{\ell' n'} \left(\bar{\ell} \gamma_5 \ell' \right) \left(\bar{d}_{n'} \gamma_5 d_n \right) + \left(\mathcal{K}^{\dagger} \mathcal{U} \right)_{ip} \left(\mathcal{U}^{\dagger} \mathcal{K} \right)_{p'i'} \left(\bar{\nu}_i \gamma_5 \nu_{i'} \right) \times \left(\bar{u}_{p'} \gamma_5 u_p \right) - \left(\gamma_5 \to 1 \right) \right].$$

$$(2.12)$$

Этот лагражиан даёт вклады в редкие π -, K-, τ - и B-распады, которые сильно подавлены или запрещены в стандартной модели. Для τ - и B-распадов этот лагранжиан недостаточен, и следует добавить часть с про-изведением аксиально-векторных токов.

2.4 Ограничения на параметры схемы из низкоэнергетических процессов

2.4.1 μe -универсальность в $\pi_{\ell 2}$ - и $K_{\ell 2}$ -распадах

Анализ показывает, что, в противоположность вкладу W-бозона, вклад лептокварка в распад $\pi \to e\nu$, см. Рис. 2, не включает подавления массой электрона. Соответствующая часть амплитуды может быть представлена в виде

$$\Delta \mathcal{M}_{\pi e\nu}^{X} = -\frac{2\pi\alpha_{S}\left(M_{X}\right)}{M_{X}^{2}} \mathcal{D}_{ed}\left(\mathcal{U}^{\dagger}\mathcal{K}\right)_{ui} \frac{f_{\pi}m_{\pi}^{2}Q\left(\mu\right)}{m_{u}\left(\mu\right) + m_{d}\left(\mu\right)} \left(\bar{e}\gamma_{5}\nu_{i}\right), \qquad (2.13)$$

где $f_{\pi} \simeq 132$ МэВ – постоянная $\pi l \nu$ -распада, и $m_{u,d}(\mu)$ – бегущие массы кварков на масштабе μ . Отношение $Q(\mu)/m(\mu)$ является ренормгрупповым инвариантом, так как функция $Q(\mu)$ (2.11) определяет закон из-



Рис. 2.2: Фейнмановские диаграммы для распада $\pi^+(u\bar{d}) \to \ell^+\nu_\ell$ через W-бозон и обмен X-лептокварком. Подставляя c-кварк вместо u- и другие down-антикварки \bar{s}, \bar{b} вместо \bar{d} , мы получаем диаграммы лептонных распадов различных заряженных мезонов, где W- и X-бозонные вклады интерферируют.

менения бегущей массы. Известные значения [20] токовых масс кварков, $m_u = (1.7 - 3.3)$ МэВ, $m_d = (4.1 - 5.8)$ МэВ и $m_s = 101^{+29}_{-21}$ МэВ, соответствуют масштабу $\mu \simeq 2$ ГэВ. Для оценок мы берём их центральные значения. Вклад в амплитуду от обмена W-бозоном имеет вид

$$\Delta \mathcal{M}_{\pi e\nu}^{W} = -f_{\pi} \frac{G_F}{\sqrt{2}} m_e \mathcal{K}_{ei} V_{ud} \left[\bar{e} \left(1 + \gamma_5 \right) \nu_i \right].$$
(2.14)

Учитывая интерференцию амплитуд (2.13) и (2.14), находим, что отношение $\Gamma(\pi \to e\nu) / \Gamma(\pi \to \mu\nu) \equiv R_{\pi}$ вероятностей распада даётся формулой

$$R_{\pi} = R_{\pi W} \left[1 - \frac{2\sqrt{2\pi\alpha_S} \left(M_X\right) m_{\pi}^2 Q}{G_F M_X^2 m_e \left(m_u + m_d\right)} \operatorname{Re}\left(\frac{\mathcal{D}_{ed} \mathcal{U}_{eu}^*}{V_{ud}}\right) \right], \qquad (2.15)$$

где $R_{\pi W} = (1.2345 \pm 0.0010) \times 10^{-4}$ – значение этого отношения в стандартной модели [73]. Объединяя результаты R_{π} измерений на TRIUMF [74,75] и Paul Scherrer Institute [76], мы приходим к выводу, что масса лептокварка подчиняется ограничению

$$M_X > (210 \text{ T} \mathfrak{s} \text{B}) \left| \text{Re} \left(\mathcal{D}_{ed} \mathcal{U}_{eu}^* \right) \right|^{1/2}.$$
(2.16)

Вклад векторного лептокварка может также нарушать отношение R_K μe -универсальности для распадов $K \to e\nu$ и $K \to \mu\nu$. Фейнмановские диаграммы для этих процессов могут быть получены из диаграмм на Рис. 2.2 заменой \bar{d} на \bar{s} . По аналогии с анализом отношения вероятностей $\pi_{\ell 2}$ -распада, мы находим, что экспериментальные данные [77] на R_K дают ограничение

$$M_X > (150 \text{ T} \mathfrak{s} \text{B}) \left| \text{Re} \left(\mathcal{D}_{es} \mathcal{U}_{eu}^* \right) \right|^{1/2}.$$
 (2.17)

В этом анализе было существенно учесть интерференцию вкладов W-бозона и лептокварка в амплитуды, которая не была учтена в [59]. Действительно, за счёт смешивания, феноменологическое нейтрино ν_u , образующееся в лептокварковом взаимодействии, есть суперпозиция феноменологических нейтрино, образующихся в слабом взаимодействии:

$$\nu_u = \mathcal{U}_{eu}^* \nu_e + \mathcal{U}_{\mu u}^* \nu_\mu + \mathcal{U}_{\tau u}^* \nu_\tau.$$
(2.18)

Так как экспериментальный интервал для R_K (см. Табл. 2.1) находится ниже теоретического значения этого отношения в стандартной модели $(R_{KW} = 2.57 \times 10^{-5})$, а интерференция амплитуд является деструктивной, включение этой интерференции существенно изменяет оценку массы лептокварка.

2.4.2 Редкие распады K_L^0 -мезона

Амплитуда процесса $K_L^0 \to e^- \mu^+$, запрещённого в стандартной модели, вычисляется аналогично амплитуде (2.13), см. Рис. 2.3. Результат

$$\mathcal{M}_{Ke\mu}^{X} = \frac{\sqrt{2\pi\alpha_{S}} \left(M_{X}\right) f_{K} m_{K}^{2} Q}{M_{X}^{2} \left(m_{s} + m_{d}\right)} \left(\mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu s}^{*} + \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu d}^{*}\right) \left(\bar{e}\gamma_{5}\mu\right), \qquad (2.19)$$

где $f_K \simeq 160$ МэВ – постоянная $Kl\nu$ -распада. Мы находим, что использование доступных экспериментальных данных [82] в нашей схеме приводит



Рис. 2.3: Фейнмановские диаграммы для распада $K_L^0(d\bar{s} + s\bar{d}) \to e^-\mu^+$, запрещённого в стандартной модели, через обмен лептокварком.

к ограничению

$$M_X > (2100 \text{ T} \mathfrak{s} \text{B}) \left| \mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}^*_{\mu s} + \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}^*_{\mu d} \right|^{1/2}.$$
(2.20)

Экспериментальные значения [80] Вг $(K_L^0 \to \mu^+ \mu^-)$ подходят вплотную к унитарному пределу Вг_{abs} = 6.8×10^{-9} . Поэтому эффективный вклад лептокварка в Вг $(K_L^0 \to \mu^+ \mu^-)$ маловероятно превышает 1×10^{-10} . Амплитуда процесса получается из (2.19) заменой $e \to \mu$. В итоге мы получаем

$$M_X > (1100 \text{ T} \circ \text{B}) \left| \text{Re} \left(\mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}^*_{\mu s} \right) \right|^{1/2}.$$
 (2.21)

Амплитуда ещё одного редкого K_L^0 -распада на электрон и позитрон через промежуточный лептокварк может также быть получена из (2.19) заменой $\mu \to e$. Экспериментальные значения [83] Br $(K_L^0 \to e^+e^-)$ подходят вплотную к унитарному пределу Br_{abs} = 9 × 10⁻¹². Поэтому эффективный вклад лептокварка в Br $(K_L^0 \to e^+e^-)$ маловероятно превышает 5 × 10⁻¹². В этом случае ограничение на массу лептокварка

$$M_X > (2400 \text{ T} \Im \text{B}) \left| \text{Re} \left(\mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{es}^* \right) \right|^{1/2}.$$
(2.22)

Экспериментальный предел	Ссылки	Ограничение
$\frac{\Gamma(\pi^+ \to e^+ \nu_e)}{\Gamma(\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu)} = (1.2310 \pm 0.0037) \times 10^{-4}$	[74]- [76]	$\frac{M_X}{ \mathrm{Re}(\mathcal{D}_{ed}\mathcal{U}_{eu}^*) ^{1/2}} > 210 \mathrm{~T}\mathfrak{s}\mathrm{B}$
$\frac{\Gamma \left(K^+ \to e^+ \nu_e\right)}{\Gamma \left(K^+ \to \mu^+ \nu_{\mu}\right)} = (2.493 \pm 0.031) \times 10^{-5}$	[77]	$\frac{M_X}{ \mathrm{Re}(\mathcal{D}_{es}\mathcal{U}_{eu}^*) ^{1/2}} > 150 \mathrm{~T}\mathfrak{9}\mathrm{B}$
$Br(K^+ \to \pi^+ \mu^+ e^-) < 1.3 \times 10^{-11}$	[78]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s} ^{1/2}} > 240 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(K^+ \to \pi^+ \mu^- e^+) < 5.2 \times 10^{-10}$	[79]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu d} ^{1/2}} > 100 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(K_L^0 \to \mu^+ \mu^-) = (6.84 \pm 0.11) \times 10^{-9}$	[80], [81]	$\frac{M_X}{ { m Re}({\cal D}_{\mu d}{\cal D}^*_{\mu s}) ^{1/2}} > 1100 { m T}$ əB
$Br(K_L^0 \to e^{\pm} \mu^{\mp}) < 4.7 \times 10^{-12}$	[82]	$\frac{M_X}{\left \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}^*_{\mu s} + \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}^*_{\mu d}\right ^{1/2}} > 2100 \text{ T}\Im\text{B}$
$Br(K_L^0 \to e^+e^-) = (9^{+6}_{-4}) \times 10^{-12}$	[83]	$\frac{M_X}{ \mathrm{Re}(\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{es}^*) ^{1/2}} > 2400 \mathrm{~T}\mathfrak{s}\mathrm{B}$
$\frac{\sigma \left(\mu^{-} \mathrm{Au} \rightarrow e^{-} \mathrm{Au} \right)}{\sigma \left(\mu^{-} \mathrm{Au} \rightarrow \mathrm{capture} \right)} < 0.7 \times 10^{-12}$	[84]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu d} ^{1/2}} > 1000 \text{ T} \Im \text{B}$

Таблица 2.1: Ограничения на массы лептокварков и элементы матриц смешивания из экспериментальных данных на редкие π - и *K*-распады и μe -конверсию на ядрах.

2.4.3 Редкие K^+ -распады

Среди редких K^+ -распадов, которые могут происходить на древесном уровне в изучаемой модели, $K^+ \to \pi^+ \mu^+ e^-$ [78] и $K^+ \to \pi^+ \mu^- e^+$ [79] дают наиболее сильные ограничения. Амплитуда распада $K^+ \to \pi^+ \mu^+ e^-$ может быть представлена в виде

$$\mathcal{M}_{K\pi\mu e}^{X} = -\frac{2\pi\alpha_{S}\left(M_{X}\right)}{M_{X}^{2}} \frac{f_{+}^{0}\left(q^{2}\right)\left(m_{K}^{2} - m_{\pi}^{2}\right) + f_{-}^{0}\left(q^{2}\right)q^{2}}{m_{s} - m_{d}} Q\mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{\mu s}^{*}\left(\bar{e}\mu\right),$$
(2.23)

где q – 4-импульс лептонной пары, и $f_{+,-}^0$ – известные форм-факторы $K_{\ell 3}^0$ распада. Амплитуда распада $K^+ \to \pi^+ \mu^- e^+$ получается из (2.23) взаимозаменой $e \leftrightarrow \mu$. Итоговые ограничения на массу лептокварка включают в себя те же самые элементы, которые присутствуют в (2.20), но они появляются отдельно:

$$M_X > (240 \text{ TeV}) \left| \mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu s} \right|^{1/2},$$

$$M_X > (100 \text{ TeV}) \left| \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu d} \right|^{1/2}.$$
(2.24)

2.4.4 *µе*-конверсия на ядре

Это ещё один низкоэнергетический процесс, который может идти через лептокварки. Когерентная μe -конверсия, которая оставляет ядро в основном состоянии и приводит к образованию моноэнергетических электронов с наиболее высокой возможной энергией $\simeq m_{\mu}$, лучше всего подходит для наблюдений. Эффективный лагранжиан когерентной μe -конверсии включает в себя только скалярные и векторные кварковые токи. В изучаемой модели он имеет вид

$$\Delta \mathcal{L}_{\mu e} = -\frac{2\pi\alpha_S \left(M_X\right)}{M_X^2} \mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu d}^* \left[\frac{1}{2} \left(\bar{e}\gamma_\alpha \mu\right) \left(\bar{d}\gamma_\alpha d\right) - \left(\bar{e}\mu\right) \left(\bar{d}d\right) Q\left(\mu\right)\right]. \quad (2.25)$$

Используя вычислительную технику, развитую в [85] для эффективного кварк-лептонного взаимодействия вида (2.25), мы оценили относительную вероятность *µе*-конверсии на золоте. Применяя результат к экспериментальным данным, представленным в [84], мы пришли к ограничению

$$M_X > (1000 \text{ TeV}) |\mathcal{D}_{ed} \mathcal{D}_{\mu d}|^{1/2}.$$
 (2.26)

Экспериментальный предел	Ссылки	Ограничение
$Br(\tau^- \to e^- K_S^0) < 2.6 \times 10^{-8}$	[86]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}^*_{\tau d} - \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}^*_{\tau s} ^{1/2}} > 10 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(\tau^- \to \mu^- K^0_S) < 2.3 \times 10^{-8}$	[86]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}^*_{\tau d} - \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}^*_{\tau s} ^{1/2}} > 11 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(\tau^- \to e^- \pi^0) < 8.0 \times 10^{-8}$	[87]	$rac{M_X}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{ au d} ^{1/2}} > 7 \; \mathrm{T}$ əB
$Br(\tau^- \to \mu^- \pi^0) < 1.1 \times 10^{-7}$	[88]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{\tau d} ^{1/2}} > 6 \text{ T} \Im \text{B}$

Таблица 2.2: Ограничения на параметры модели из τ -распадов.

Ограничения, которые мы получили для параметров нашей модели из экспериментальных данных на редкие π - и K-распады и μe -конверсию на ядрах, собраны в Табл. 2.1. Можно увидеть, что все ограничения включают элементы неизвестных унитарных матриц смешивания \mathcal{D} и \mathcal{U} , которые связаны единственным условием $\mathcal{U}^+\mathcal{D} = V$. Поэтому не исключена возможность, что ограничения на массу векторного лептокварка M_X гораздо слабее, чем числа в Табл. 2.1. Например, возможен случай, когда некоторые из элементов \mathcal{D}_{ed} , $\mathcal{D}_{\mu d}$, \mathcal{D}_{es} и $\mathcal{D}_{\mu s}$ достаточно малы. Унитарность матрицы \mathcal{D} означает, что её элементы, присутствующие во взаимодействиях τ -лептона и b-кварка, должны быть близки к единице. В этом случае лептокварки могут давать значительные вклады в τ - и B-распады.

2.4.5 au-распады

Имеющаяся точность экспериментальных данных на τ - и *B*-распады ниже, чем в рассмотренных ранее процессах. Тем не менее можно получить некоторые ограничения на элементы матрицы \mathcal{D} и массу лептокварка из данных на распады, сильно подавленные или запрещённые в стандартной модели.

Чтобы получить амплитуду распада $\tau^- \to \mu^- K_S^0$, следует взять не только лагранжиан (2.12), но и аксиально-векторную часть эффективного лагранжиана, за счет которой возникает часть амплитуды, пропорциональная $(m_{\tau} + m_{\mu})$. В результате имеем:

$$\mathcal{M}_{\tau\mu K}^{X} = \frac{\pi \alpha_{S} \left(M_{X}\right) f_{K}}{\sqrt{2} M_{X}^{2}} \left(\mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\tau d}^{*} - \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{\tau s}^{*}\right) \left(m_{\tau} + m_{\mu} - \frac{2m_{K}^{2}Q}{m_{s} + m_{d}}\right) \left(\bar{\mu}\gamma_{5}\tau\right).$$

$$(2.27)$$

Амплитуда распада $\tau^- \to e^- K_S^0$ получается из (2.27) заменой $\mu \to e$. Из экспериментальных верхних пределов на вероятности этих распадов [86], мы находим ограничения, представленные в Табл. 2.2.

Производя соответствующие замены, можно аналогично получить ограничения из процессов $\tau^- \to e^- \pi^0$ и $\tau^- \to \mu^- \pi^0$, см. Табл. 2.2.

2.4.6 Редкие распады В-мезона

Рассмотрим *B*-распады, для которых существуют экспериментальные ограничения, и которые могут идти через промежуточный лептокварк. Распад *B*⁺ → *K*⁺*e*⁻*µ*⁺ – пример процесса, запрещённого в стандартной модели. Амплитуда этого распада через векторный лептокварк может быть пред-

Ссылки	Ограничение
[89]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 38 \text{ T} \Im \text{B}$
[89]	$\frac{M_X}{\left \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{eb}\right ^{1/2}} > 42 \text{ T} \Im \text{B}$
[90]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 42 \text{ T} \Im \text{B}$
[91]	$\frac{M_X}{\left(\mathcal{D}_{\tau s} \mathcal{D}_{\mu b} ^2 + \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\tau b} ^2\right)^{1/4}} > 8 \text{ T} \Im \text{B}$
	Ссылки [89] [89] [90] [91]

Таблица 2.3: Ограничения на параметры модели из данных на редки
е $B^+{\mbox{-}}$ распады.

ставлена в виде

$$\mathcal{M}_{BKe\mu}^{X} = -\frac{2\sqrt{2}\pi\alpha_{S}(M_{X})}{M_{X}^{2}} \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b}^{*} \left[\frac{1}{2}f_{+}^{0}\left(q^{2}\right)\left(p_{B}+p_{K}\right)_{\alpha} \times \left(\bar{e}\gamma_{\alpha}\mu\right) - \frac{f_{+}^{0}\left(q^{2}\right)m_{B}^{2}+f_{-}^{0}\left(q^{2}\right)q^{2}}{m_{b}}Q\left(\mu_{0}\right)\left(\bar{e}\mu\right)\right], \quad (2.28)$$

где p_B и p_K – 4-импульсы B- и K-мезонов; остальные обозначения идентичны тем, что в выражении (2.23). Мы предполагаем, что форм-факторы $f^0_{+,-}$ того же порядка величины, как в $K^0_{\ell 3}$ -распаде. Это предположение находится в согласии с результатами, полученными из анализа распада $B^+ \to \overline{D}^0 \ell^+ \nu$.

Амплитуда распада $B^+ \to K^+ e^+ \mu^-$ получается из выражения (2.28) с помощью взаимозамены $e \leftrightarrow \mu$. Используя экспериментальные данные, приведённые в [89], мы приходим к ограничениям

$$M_X > (38 \text{ T} \Rightarrow \text{B}) \left| \mathcal{D}_{es} \mathcal{D}_{\mu b} \right|^{1/2},$$

$$M_X > (42 \text{ T} \Rightarrow \text{B}) \left| \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{eb} \right|^{1/2}.$$
(2.29)

Производя соответствующие замены, можно, аналогично распадам K^+ мезона, получить соответствующие ограничения из других процессов B^+ распада (см. Табл. 2.3).

Амплитуды процессов распада B^0 и B_s^0 на заряженные лептонные пары могут быть вычислены аналогично амплитуде (2.19). В качестве постоянной распада *B*-мезона мы берём $f_B = 220$ МэВ, см., например, [92,93]. Из этих процессов получаются ограничения на массу лептокварка и элементы \mathcal{D} -матрицы. Они собраны в Табл. 2.4.

2.5 Комбинированное ограничение из π -, K-, τ -, B-распадов

Все ограничения на массу векторного лептокварка, собранные в Табл. 2.1– 2.4, содержат элементы унитарной *D*-матрицы:

$$\mathcal{D}_{\ell n} = \begin{pmatrix} \mathcal{D}_{ed} & \mathcal{D}_{es} & \mathcal{D}_{eb} \\ \mathcal{D}_{\mu d} & \mathcal{D}_{\mu s} & \mathcal{D}_{\mu b} \\ \mathcal{D}_{\tau d} & \mathcal{D}_{\tau s} & \mathcal{D}_{\tau b} \end{pmatrix}.$$
 (2.30)

Существуют также два ограничения из Табл. 2.1, содержащие элемент *U*-матрицы:

$$\mathcal{U}_{eu} = \mathcal{D}_{ed} V_{ud}^* + \mathcal{D}_{es} V_{us}^* + \mathcal{D}_{eb} V_{ub}^* \simeq 0.974 \,\mathcal{D}_{ed} + 0.225 \,\mathcal{D}_{es} + 0.004 \,\mathcal{D}_{eb} \,, \ (2.31)$$

где V – матрица смешивания кварков Кабиббо-Кобаяши-Маскава, см. [20].

Попытаемся установить, изменяя неизвестные элементы *D*-матрицы, нижний предел на массу векторного лептокварка в согласии со всеми ограничениями, представленными в Табл. 2.1–2.4. Похожий подход был развит в [99].

Возможно, что наиболее сильное ограничение на M_X , возникающее из предела $Br(K_L^0 \to e^{\pm}\mu^{\mp})$, см. Табл. 2.1, гораздо меньше, чем 2100 ТэВ, если матричные элементы \mathcal{D}_{ed} и \mathcal{D}_{es} достаточно малы. Для оценки возьмём их равными нулю. В этом случае все оценки, представленные в правой колонке Табл. 2.1, исчезают, кроме одной, возникающей из предела на $Br(K_L^0 \to \mu^+\mu^-)$. Вследствие унитарности матрицы \mathcal{D} , элементы $\mathcal{D}_{\mu b}$ и $\mathcal{D}_{\tau b}$ также равны нулю. Остающаяся (2 × 2)-матрица может быть параметризована одним углом. Введение фазового фактора позволяет исключить ограничение, возникающее из предела на $Br(K_L^0 \to \mu^+\mu^-)$, которое содержит вещественную часть произведения элементов \mathcal{D} -матрицы. Например, можно взять \mathcal{D} -матрицу в виде:

$$\mathcal{D}_{\ell n} \simeq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1\\ \cos \varphi & i \sin \varphi & 0\\ i \sin \varphi & \cos \varphi & 0 \end{pmatrix}.$$
 (2.32)

Как показывает анализ, в этом случае появляются следующие ограничения из оставшихся пределов Табл. 2.2–2.4 на относительные вероятности процессов:

1)
$$\tau^- \rightarrow \mu^- K_S^0$$

 $M_X > 11 \text{ T} \Rightarrow B | \cos 2\varphi |^{1/2}$, (2.33)
2) $\tau^- \rightarrow \mu^- \pi^0$

$$M_X > 4.2 \text{ T} \Im B |\sin 2\varphi|^{1/2},$$
 (2.34)

- 3) $B^0 \to e^+ \mu^ M_X > 55 \text{ T} \Rightarrow B | \cos \varphi |^{1/2}$, (2.35)
- 4) $B^+ \to K^+ e^+ \mu^ M_X > 42 \text{ T} \Rightarrow B | \sin \varphi |^{1/2}$. (2.36)

Здесь не включены более слабые ограничения того же типа. Комбинируя эти ограничения, мы получаем нижний предел на массу векторного лептокварка из низкоэнергетических процессов:

$$M_X > 39 \text{ T} \circ \text{B}$$
. (2.37)

2.6 Различные смешивания для левых и правых фермионов

Мы рассматриваем возможность, когда кварк-лептонная симметрия является следующим шагом за рамки стандартной модели. Следовательно, лево-правая симметрия, которая, можно надеяться, существует в Природе, должна восстанавливаться на более высоком масштабе массы. Но это означает, что лево-правая симметрия должна быть уже нарушенной на масштабе M_X . В этом случае следует рассматривать матрицы $\mathcal{D}^{(L)}, \mathcal{U}^{(L)}$ и $\mathcal{D}^{(R)}, \mathcal{U}^{(R)}$, которые вообще говоря различны для левых и правых фермионов. Такая возможность и некоторые ее следствия также рассматривалась в работах [62]– [65]. Лагранжиан взаимодействия лептокварков с фермионами вместо (2.10) принимает вид:

$$\mathcal{L}_{X} = \frac{g_{S}(M_{X})}{2\sqrt{2}} \bigg[\mathcal{D}_{\ell n}^{(L)} \left(\bar{\ell} O_{\alpha} d_{n} \right) + \mathcal{D}_{\ell n}^{(R)} \left(\bar{\ell} O_{\alpha}^{\prime} d_{n} \right) + \left(\mathcal{K}^{(L)\dagger} \mathcal{U}^{(L)} \right)_{ip} \left(\bar{\nu}_{i} O_{\alpha} u_{p} \right) + \left(\mathcal{K}^{(R)\dagger} \mathcal{U}^{(R)} \right)_{ip} \left(\bar{\nu}_{i} O_{\alpha}^{\prime} u_{p} \right) \bigg] X_{\alpha} +$$

+ h.c., (2.38)

где $O_{\alpha} = \gamma_{\alpha} (1 + \gamma_5), O'_{\alpha} = \gamma_{\alpha} (1 - \gamma_5).$

Ограничения на параметры модели из экспериментальных данных на редкие π - и K-распады, собранные в Табл. 2.1, в случае различных смешиваний принимают вид, представленный в Табл. 2.5. При анализе возможности, что при соответствующих значениях элементов матриц $\mathcal{D}^{(L)}$ и $\mathcal{D}^{(R)}$ пределы на M_X уменьшились бы от тысяч и сотен до десятков ТэВ, в любом случае элементы $\mathcal{D}_{ed}^{(L)}$ и $\mathcal{D}_{ed}^{(R)}$ следует брать малыми. Для оценки положим их равными нулю. При этом наиболее сильное ограничение Табл. 2.5 из предела на $Br(K_L^0 \to e^{\pm}\mu^{\mp})$ принимает вид:

$$\frac{M_X}{\left(\left|\mathcal{D}_{es}^{(L)}\mathcal{D}_{\mu d}^{(R)}\right|^2 + \left|\mathcal{D}_{es}^{(R)}\mathcal{D}_{\mu d}^{(L)}\right|^2\right)^{1/4}} > 1770 \text{ T} \Rightarrow \text{B} \,.$$
(2.39)

Существуют две возможности устранить это ограничение вместе с другими ограничениями Табл. 2.5, которые мы называем симметричным и асимметричным случаями.

Симметричный случай реализуется, когда обе матрицы $\mathcal{D}^{(L)}$ и $\mathcal{D}^{(R)}$ взяты в виде (2.32) с углами φ_L и φ_R . В этом случае ограничение из предела на $Br(K_L^0 \to \mu^+ \mu^-)$ принимает вид:

$$M_X > 780 \text{ T} \Rightarrow \text{B} |\sin(\varphi_L - \varphi_R)|^{1/2}, \qquad (2.40)$$

и углы должны быть близкими друг к другу или отличаться на π , в любом случае мы возвращаемся к результатам раздела 2.5.

Асимметричный случай реализуется, когда матрицы взяты в виде:

$$\mathcal{D}_{\ell n}^{(L)} \simeq \begin{pmatrix} 0 & \cos \chi_L & \sin \chi_L \\ 0 & -\sin \chi_L & \cos \chi_L \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathcal{D}_{\ell n}^{(R)} \simeq \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}. \quad (2.41)$$

В Табл. 2.4, которая предоставляет ещё одну группу существенных ограничений в разделе 2.5, нужно сделать следующие замены в ограничениях:

$$\left|\mathcal{D}_{\ell q}\mathcal{D}_{\ell' b}\right| \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{2}} \left(\left|\mathcal{D}_{\ell q}^{(L)}\mathcal{D}_{\ell' b}^{(R)}\right|^2 + \left|\mathcal{D}_{\ell q}^{(R)}\mathcal{D}_{\ell' b}^{(L)}\right|^2 \right)^{1/2}, \qquad (2.42)$$

где $\ell, \ell' = e, \mu, \tau$ и q = d, s. Как показывает анализ, наиболее сильные ограничения возникают из следующих пределов на относительные вероятности процессов:

- 1) $B_s^0 \to \mu^+ \mu^ M_X > 94 \text{ T} \Rightarrow B |\cos \chi_L|^{1/2}$, (2.43)
- 2) $B_s^0 \to e^+ \mu^ M_X > 41 \text{ T} \Im B |\sin \chi_L|^{1/2}$. (2.44)

Комбинируя эти ограничения, получаем нижний предел на массу векторного лептокварка из низкоэнергетических процессов в случае различных матриц смешивания для левых и правых фермионов:

$$M_X > 41 \text{ T} \mathfrak{s} \text{B} \,. \tag{2.45}$$

2.7 Ограничение из распада $\pi^0 ightarrow u ar{ u}$

Был найден только один процесс [60], в котором нижний предел на массу лептокварка не зависит от параметров смешивания, – это распад $\pi^0 \to \nu \bar{\nu}$.

В стандартной модели вероятность этого процесса пропорциональна m_{ν}^2 , но он может идти также через обмен лептокварком; в последнем случае нет подавления, связанного с малостью массы нейтрино. Соответствующая амплитуда процесса имеет вид

$$\mathcal{M}_{\pi\nu\nu}^{X} = \frac{\pi\alpha_{S}\left(M_{X}\right)f_{\pi}m_{\pi}^{2}Q}{\sqrt{2}M_{X}^{2}m_{u}}\left(\mathcal{K}^{\dagger}\mathcal{U}\right)_{iu}\left(\mathcal{U}^{\dagger}\mathcal{K}\right)_{uj}\left(\bar{\nu}_{i}\gamma_{5}\nu_{j}\right),\qquad(2.46)$$

и вероятность распада, просуммированная по всем ароматам нейтрино *i* и *j*, не зависит от смешивания.

Из ускорительных данных [100] на распад $\pi^0 \to \nu \bar{\nu}$

Br
$$(\pi^0 \to \nu \bar{\nu}) < 2.7 \times 10^{-7}$$
 (2.47)

мы получаем ограничение

$$M_X > 600 \ \Gamma \mathfrak{sB}. \tag{2.48}$$

В [101, 102] были найдены почти совпадающие астрофизические и космологические оценки вероятности этого распада, и они оказались сильнее, чем ускорительный предел (2.47),

$$\operatorname{Br}\left(\pi^{0} \to \nu\bar{\nu}\right) < 3 \times 10^{-13}.$$
(2.49)

В итоге ограничение на массу лептокварка было оценено равным [60]:

$$M_X > 18 \text{ T}$$
 $\Im B.$ (2.50)

Астрофизическая оценка [101] была основана на оценке величины избыточной потери энергии из SN 1987A, если процесс $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$ происходит через механизм с полюсным усилением на массе π^0 -мезона, возможный, когда нейтрино имеют правую компоненту. В свою очередь, космологический предел на вероятность распада $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$ был оценен в работе [102], где было учтено образование правых нейтрино из космического теплового фона при температуре порядка массы пиона через реакцию $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$.

Однако, в [103] было указано, что астрофизический предел [101] должен быть ослаблен на несколько порядков величины, так как в [101] не было учтено влияние ядерной абсорбции пионов в ядре сверхновой. В свою очередь, в работе [104] была приведена критика также на космологический предел [102]. При температуре, соответствующей резонансному усилению на массе π^0 -мезона, сильное взаимодействие между пионами происходит быстрее, чем распад пиона: интенсивность $\pi - \pi$ -рассеяния, $\Gamma_{\pi-\pi} \sim 0.2$ МэВ, доминирует над процессом распада пиона в плотной среде, что приводит к подавлению вероятности образования нейтрино на несколько порядков величины.

Приходится сделать вывод, что только лабораторный предел [100] для распада $\pi^0 \to \nu \bar{\nu}$ следует воспринимать как надёжный, приводящий к указанныму выше ограничению $M_X > 0.6$ ТэВ.

2.8 Заключение

Таким образом, детальный анализ имеющихся экспериментальных данных по редким π -, K-, τ - и B-распадам и μe -конверсии даёт ограничения на массу векторного лептокварка, которые всегда включает в себя элементы неизвестной матрицы смешивания \mathcal{D} . Комбинируя ограничения из экспериментальных данных на низкоэнергетические процессы, представленные в Табл. 2.1–2.4, мы получили в случае идентичных смешиваний для левых и правых фермионов следующий нижний предел на массу векторного лептокварка: $M_X > 39$ ТэВ. Нижний предел, полученный в случае различных матриц смешивания для левых и правых фермионов, имеет вид: $M_X > 41$ ТэВ.

Экспериментальный предел	Ссылки	Ограничение
$Br(B^0 \to e^+e^-) < 8.3 \times 10^{-8}$	[94]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{ed}\mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 51 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B^0\to \mu^+\mu^-) < 1.4\times 10^{-9}$	[95]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 143 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B^0\to \mu^+\mu^-) < 0.81\times 10^{-9}$	[96]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 164 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B^0\to\tau^+\tau^-)<4.1\times10^{-3}$	[97]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\tau d} \mathcal{D}_{\tau b} ^{1/2}} > 3 \text{ T} \Im B$
$Br(B^0\to e^+\mu^-) < 6.4\times 10^{-8}$	[94]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu d} \mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 55 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B^0 \to e^+ \tau^-) < 2.8 \times 10^{-5}$	[98]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\tau d} \mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 11 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B^0 \to \mu^+ \tau^-) < 2.2 \times 10^{-5}$	[98]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\tau d} \mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 12 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B_s^0 \to e^+ e^-) < 2.8 \times 10^{-7}$	[94]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{es}\mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 38 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B_s^0 \to \mu^+ \mu^-) < 6.4 \times 10^{-9}$	[95]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 98 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B_s^0 \to \mu^+ \mu^-) < 3.8 \times 10^{-9}$	[96]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{\mu b} ^{1/2}} > 112 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(B_s^0 \to e^+ \mu^-) < 2.0 \times 10^{-7}$	[94]	$\frac{M_X}{ \mathcal{D}_{\mu s} \mathcal{D}_{eb} ^{1/2}} > 41 \text{ T} \Im \text{B}$

Таблица 2.4: Ограничения на параметры модели из экспериментальных данных на редкие $B^0\mathbb{-}$ и $B^0_s\mathbb{-}$ распады.

Таблица 2.5: Ограничения на параметры модели из экспериментальных данных на ред-
кие π - и K-распады в случае различных смешиваний для левых и правых фермионов.

$\frac{\Gamma\left(\pi^+ \to e^+ \nu_e\right)}{\Gamma\left(\pi^+ \to \mu^+ \nu_\mu\right)}$	$\frac{M_X}{\left \operatorname{Re}(\mathcal{D}_{ed}^{(R)}\mathcal{U}_{eu}^{(L)*})\right ^{1/2}} > 210 \text{ T} \Im B$
$\frac{\Gamma\left(K^+ \to e^+ \nu_e\right)}{\Gamma\left(K^+ \to \mu^+ \nu_\mu\right)}$	$\frac{M_X}{\left \operatorname{Re}(\mathcal{D}_{es}^{(R)}\mathcal{U}_{eu}^{(L)*})\right ^{1/2}} > 150 \text{ T} \Im B$
$Br(K^+ \to \pi^+ \mu^+ e^-)$	$\frac{M_X}{\left(\left \mathcal{D}_{ed}^{(L)}\mathcal{D}_{\mu s}^{(R)}\right ^2 + \left \mathcal{D}_{ed}^{(R)}\mathcal{D}_{\mu s}^{(L)}\right ^2\right)^{1/4}} > 200 \text{ T} \Im B$
$Br(K^+ \to \pi^+ \mu^- e^+)$	$\frac{M_X}{\left(\left \mathcal{D}_{es}^{(L)}\mathcal{D}_{\mu d}^{(R)}\right ^2 + \left \mathcal{D}_{es}^{(R)}\mathcal{D}_{\mu d}^{(L)}\right ^2\right)^{1/4}} > 84 \text{ T} \Im B$
$Br(K_L^0 \to \mu^+ \mu^-)$	$\frac{M_X}{\left \mathcal{D}_{\mu d}^{(L)} \mathcal{D}_{\mu s}^{(R)*} + \mathcal{D}_{\mu d}^{(R)*} \mathcal{D}_{\mu s}^{(L)}\right ^{1/2}} > 780 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(K_L^0 \to e^{\pm} \mu^{\mp})$	$\frac{M_X}{\left(\left \mathcal{D}_{ed}^{(L)}\mathcal{D}_{\mu s}^{(R)*} + \mathcal{D}_{es}^{(L)}\mathcal{D}_{\mu d}^{(R)*}\right ^2 + \{L \leftrightarrow R\}\right)^{1/4}} > 1770 \text{ T} \Im \text{B}$
$Br(K_L^0 \to e^+ e^-)$	$\frac{M_X}{\left \mathcal{D}_{ed}^{(L)}\mathcal{D}_{es}^{(R)*} + \mathcal{D}_{ed}^{(R)*}\mathcal{D}_{es}^{(L)}\right ^{1/2}} > 1700 \text{ T} \Im \text{B}$

Экспериментальный предел Ограничение

Глава 3

Фантомная тёмная энергия с тахионной нестабильностью: возмущения метрики

Мы изучаем эволюцию возмущений метрики в модели УФ-стабильной фантомной тёмной энергии. Модель имеет тахионные нестабильности при больших длинах волн. Мы находим, что так же, как и тахионные моды, возмущения метрики экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых вакуумными флуктуациями, и могут стать значительными при поздних временах. Мы выводим ограничение на параметры модели, которое следует из требования, что амплитуды возмущений метрики не слишком большие сегодня.

3.1 Введение

Анализ различных наблюдательных данных показывает, что Вселенная вошла в стадию ускоренного расширения в районе красного смещения $z \sim 1$ [105]- [130]. Это обычно интерпретируется как эффект тёмной энергии. Тёмная энергия может быть трёх типов. Параметр её уравнения состояния w принимает значения w > -1 для квинтэссенции, w = -1 для космологической постоянной и w < -1 для фантома. Существующие данные не исключают возможности [131, 132], что при относительно больших красных смещениях тёмная энергия типа квинтэссенции, а позже становится фантомом. Если бы фантом доминировал на поздневременной космологической эволюции, потенциально наблюдаемым свойством было бы ускоренное ускорение Вселенной.

Наличие фантома подразумевает нарушение условия нулевой энергии, которое в общем случае сложно вместить в рамки теории поля. Для примера, простейшая модель, реализующая фантомное уравнение состояния, включает скалярное поле с отрицательным кинетическим членом [133–175]. Отрицательная кинетическая энергия приводит к квантовой нестабильности вакуума в ультрафиолетовой (УФ-) области [134, 176–179], т.е., к катастрофическому рождению духов и нормальных частиц положительной энергии.

Есть два основных подхода для реализации фантомного эффективного уравнения состояния без патологического поведения в УФ-области. Первый – модификация гравитации на ультравысоких масштабах. Примеры: скалярно-тензорная гравитация [180–192], f(R)-гравитация [193,194] и модели Гаусса-Бонне (GB) [195–198], см. [199,200] для обзора. Даже хотя эффективное фантомное поведение и возможно в этих теориях, сложно в обцем случае его согласовать с ограничениями на временную зависимость ньютоновской гравитационной постоянной, следующими из локально-гравитационных экспериментов, и т.д. [192, 199–214] Другой пример модифицированной гравитации – модель мира на бране Двали–Габададзе–Поррати (ДГП) [215] и её расширение [216] с членом Гаусса-Бонне, которые дают возможность иметь w < -1 [217, 218]. Однако, как было показано в [219], самоускоряющееся решение модели ДГП приводит к появлению духов, которое бросает тень сомнения на его жизнеспособность.

Второй подход к построению фантома без УФ-патологии – введение новых лёгких полей без модификации уравнений Эйнштейна [220–228]. В этом случае, идея в том, чтобы иметь нарушение условия нулевой энергии только на больших масштабах, с остающимся здоровым УФ-поведением. Модель, рассмотренная в статьях [223,224], именно этого типа. Она описывает эйнштейновскую гравитацию, взаимодействующую с векторным полем B_{μ} и скалярным полем ϕ . Даже в пространстве-времени Минковского фоновые значения этих полей нарушают лоренц-инвариантность; это свойство общее для второго класса моделей фантома. Модель имеет де-Ситтеровский аттрактор, ответственный за ускорение на поздних временах. При ранних временах тёмная энергия, естественно, имеет нормальное уравнение состояния с w > -1, тогда как фантомное уравнение состояния может быть реализовано между пылевой стадией и финальной де-Ситтеровской эпохой. Эта эволюция часто происходит в режиме медленного скатывания, т.е., отклонение w от -1 довольно мало́, в согласии с наблюдательными данными.

Возбуждения над лоренц-нарушающим фоном в пространстве-времени Минковского не содержат духов, тахионов и сверхсветовых мод в УФобласти (при пространственных импульсах от некоторого небольшого масштаба ϵ до масштаба УФ-обрезания), но тахионы (и духи) появляются в ИК-области при $\mathbf{p}^2 < \epsilon^2$. Упрощённый анализ эволюции возмущений в космологическом фоне указывает [223, 224], что возмущения остаются достаточно маленькими при некоторых ограничениях на параметры модели. Таким образом, когда эти ограничения удовлетворены, модель жизнеспособна.

В этой главе мы изучаем эволюцию скалярных возмущений метрики, генерируемых возмущениями векторных и скалярных полей, которые имеют тахионные свойства. Мы не находим ничего удивительного: так же как и тахионные моды, возмущения метрики экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых квантовой физикой вакуумных флуктуаций, и могут стать значительными при поздних временах. Мы выводим соответствующие ограничения на параметры модели.

Глава организована следующим образом. Мы представляем модель и обсуждаем однородную эволюцию полей и метрики в разделе 2. Мы распознаём тахионные возмущения в разделе 3, где показываем, что их динамика в лидирующем порядке по малым параметрам не включает гравитационный потенциал. В разделе 4 мы вычисляем гравитационный потенциал, генерируемый этими возмущениями. В разделе 5 мы подводим итог выводом ограничения на параметры модели, которое гарантирует малость гравитационного потенциала в настоящую эпоху.

3.2 Модель

Модель тёмной энергии, которую мы здесь изучаем – это эйнштейновская гравитация, взаимодействующая с векторным полем B_{μ} и скалярным полем ϕ . Её построение комбинирует две идеи. Первая [229] – это то, что в отсутствии калибровочной инвариантности теория векторного поля может всё же иметь здоровый спектр, при условии если фоновое векторное поле нетривиально. Другая [230] имеет дело с фактом, что с векторным

полем(-ями) можно построить в общем случае ковариантные члены с одной производной в лагранжиане, которые доминируют при малых импульсах и становятся незначительными при больших. Следовательно, лагранжиан для векторных и скалярных полей имеет вид [223, 224]

$$\begin{split} L &= -\frac{1}{2}\alpha(\xi)D_{\mu}B_{\nu}D^{\mu}B^{\nu} + \frac{1}{2}\beta(\xi)D_{\mu}B_{\nu}D^{\mu}B_{\lambda}\frac{B^{\nu}B^{\lambda}}{\Lambda^{2}} + \frac{1}{2}\partial_{\mu}\phi\partial^{\mu}\phi + \epsilon\partial_{\mu}\phi B^{\mu} + \\ &+ \frac{M^{2}}{2}B_{\mu}B^{\mu} - \frac{m^{2}}{2}\phi^{2} \;, \end{split}$$

где $\xi = B_{\mu}B^{\mu}/\Lambda^2$, $\Lambda - \Psi\Phi$ -шкала обрезания, безразмерные параметры α и β – функции ξ , и ϵ – положительная постоянная размерности массы. После введения обозначения $B^2 = B_{\mu}B^{\mu}$ этот лагранжиан может быть переписан следующим образом:

$$L = -\frac{\alpha}{2} D_{\mu} B_{\nu} D^{\mu} B^{\nu} + \frac{\alpha + \gamma}{8} \frac{\partial_{\mu} \left(B^2 \right) \cdot \partial^{\mu} \left(B^2 \right)}{B^2} + \frac{1}{2} \partial_{\mu} \phi \partial^{\mu} \phi + \epsilon \partial_{\mu} \phi B^{\mu} + \frac{M^2}{2} B^2 - \frac{m^2}{2} \phi^2 , \qquad (3.1)$$

где $\gamma(\xi) = \frac{B^2}{\Lambda^2} \beta(\xi) - \alpha(\xi)$. Чтобы упростить формулы, в дальнейшем будем предполагать, что $\alpha(\xi) = \text{const}, \ \gamma(\xi) = \text{const}$. Область параметров, в которой модель показывает фантомное поведение, есть

$$M \lesssim m \ll \epsilon$$
, (3.2)

и
 $\alpha \sim \gamma.$ Пространственно плоский однородный фон в этой модели описывается величинами

$$g_{\mu\nu} = a^2(\eta)\eta_{\mu\nu}$$
, $B_0 = a(\eta)X(\eta)$, $\phi = \varphi(\eta)$,

где η – конформное время. Важно, что временная компонента векторного поля не исчезает, что гарантирует, что выражение (3.1) имеет смысл, и спектр возмущений около этого фона здоровый [223, 224] при высоких пространственных импульсах (нет духов, тахионов или мод, распространяющихся со сверхсветовыми скоростями), при условии если

$$\alpha > \gamma > 0$$
.

Как мы скоро увидим, одна из мод скалярных возмущений становится тахионом при достаточно малых импульсах.

Космология в этой модели, с обычной и тёмной материями, довольно интересна [223,224]. В широкой области начальных данных для X и φ эти поля становятся постоянными на ранней, пылевой стадии, и соответствующее уравнение состояния w = -1. Следовательно, они начинают эволюционировать, и уравнение состояния тёмной энергии сначала нормальное, w > -1, а затем – фантом, w < -1. Эволюция часто происходит в режиме медленного скатывания, так что |w+1| мало́ на протяжении всего космологического расширения. В итоге, система приближается к де-Ситтеровскому аттрактору, который в лидирующем порядке по m/ϵ , M/ϵ характеризуется следующими значениями параметра Хаббла и полей:

$$H_A = \frac{M}{\sqrt{3\alpha}} , \quad X_A = -\frac{mM_{Pl}}{\sqrt{12\pi\epsilon}} , \quad \varphi_A = \frac{MM_{Pl}}{\sqrt{4\pi\alpha}m}$$

Интересный режим, в котором тёмная энергия даёт вклад в плотность полной энергии, происходит при

$$H \sim H_A$$
, $X \sim X_A$, $\varphi \sim \varphi_A$. (3.3)

В дальнейшем, мы будем интересоваться именно этой областью космологических переменных.

3.3 Тахионные возмущения

Линеаризованные возмущения полей тёмной энергии распадаются на векторные и скалярные части. Векторный сектор – здоровый при всех пространственных импульсах, в то время как скалярный сектор имеет тахионы при относительно малых импульсах. Следовательно, мы концентрируемся на скалярном секторе. В пространстве-времени Минковского импульсы, при которых одна из мод тахионная, $P \leq \epsilon$, и соответствующие "частоты" того же порядка [223, 224]. В расширяющейся Вселенной мода заданного конформного импульса p становится тахионной, когда физический импульс падает до $P \equiv p/a \sim \epsilon$. Наша цель – вычислить возмущения метрики, генерируемые тахионными модами¹.

С учётом скалярных возмущений, поля и метрика в конформной ньютоновой калибровке даются выражениями:

$$B_0(\eta, \mathbf{x}) = a(\eta)X(\eta) + b_0(\eta, \mathbf{x}) , \quad B_i(\eta, \mathbf{x}) = b_i(\eta, \mathbf{x}) ,$$

$$\phi(\eta, \mathbf{x}) = \varphi(\eta) + \frac{\chi(\eta, \mathbf{x})}{a(\eta)} , \quad ds^2 = a^2(\eta) \left[(1 + 2\Phi)d\eta^2 - (1 - 2\Phi)d\mathbf{x}^2 \right] ,$$

где b_i – продольный вектор, и мы используем факт, что линеаризованный тензор энергии-импульса полей B^{μ} и ϕ имеет нулевое анизотропное натяжение.

Полные выражения для квадратичного действия и линейные уравнения для возмущений в режиме медленного скатывания (т.е., пренебрегая членами, подавленными X'', X', φ'' , φ'' ; здесь и далее штрих обозначает $\frac{\partial}{\partial \eta}$) даны в Приложении Б. Здесь мы интересуемся импульсами $P \sim \epsilon$. В

¹На самом деле, поведение мод в пространстве-времени Минковского при $P \leq M$ немного сложнее [223,224]. Эта область импульсов не интересна для наших целей, так как она соответствует физическим импульсам и, следовательно, частотам, малым по сравнению с параметром Хаббла, см. (3.3).

соответствии с соотношениями (3.2), (3.3), интересные моды имеют относительно большие пространственные импульсы и частоты,

$$P, \ \Omega \gg m, \ M, \qquad P, \ \Omega \gg H,$$

$$(3.4)$$

где Ω – физическая частота. Заметим, что в режиме (3.3) имеем $H \sim M$, так, второе из этих неравенств – следствие первого. Для импульсов, подчиняющихся (3.4), уравнения значительно упрощаются:

$$\chi'' - \Delta \chi + \epsilon a b'_0 - \epsilon a \partial_i b_i - 2\epsilon a^2 X \Phi' = 0 , \qquad (3.5)$$

$$\epsilon a \chi' - \gamma \left(b_0'' - \Delta b_0 \right) + \gamma a X (\Phi'' - \Delta \Phi) = 0 , \qquad (3.6)$$

$$\epsilon a \partial_i \chi + \alpha \left(b_i'' - \Delta b_i \right) - 2\alpha a X \partial_i \Phi' = 0 , \qquad (3.7)$$

$$-\frac{3M_{Pl}^2}{4\pi}a(\Phi''-\Delta\Phi) - 2\epsilon a X\chi' + \gamma X(b_0''-\Delta b_0) + 2\alpha X\partial_i b_i' = 0.$$
(3.8)

Теперь, мы собираемся решить эти уравнения в ВКБ-приближении, записав:

$$\{\chi, b_0, b_i, \Phi\} \propto \exp\left(i\int \omega d\eta - i\mathbf{p}\mathbf{x}\right)$$
 (3.9)

с медленно меняющимися амплитудами, где $\omega = a\Omega$ – конформная частота. Перед тем, как это сделать, мы замечаем, что при $P, \Omega \sim \epsilon$ из уравнения (3.8) получается следующая оценка:

$$\Phi \sim \frac{X}{M_{Pl}^2 a} \{\chi, b_0, b_i\}$$

Следовательно, последние члены в уравнениях (3.5), (3.6) и (3.7), описывающие обратную реакцию гравитационного потенциала на полевые возмущения, подавлены по сравнению с другими членами фактором $X^2/M_{Pl}^2 \sim m^2/\epsilon^2$. Пренебрегая этими членами, мы приходим к системе уравнений для возмущений тёмной энергии, которые мы записываем в лидирующем по-

рядке ВКБ-приближения,

$$(\omega^2 - p^2)\chi - i\epsilon a\omega b_0 + i\epsilon apb_L = 0 ,$$

$$i\epsilon a\omega\chi + \gamma(\omega^2 - p^2)b_0 = 0 ,$$

$$i\epsilon ap\chi - \alpha(\omega^2 - p^2)b_L = 0 ,$$

где $b_L = (p_i/p)b_i$. Это в основном та же самая система, что и полученная в пространстве-времени Минковского. Есть три моды, две из которых нормальные при всех импульсах, в то время как третья – тахионная при малых импульсах. В терминах физической частоты дисперсионное соотношение для поздней моды

$$\Omega^2 \equiv \frac{\omega^2}{a^2} = P^2 + \frac{\epsilon^2}{2\gamma} \left(1 - \sqrt{1 + \frac{4\zeta\gamma^2}{\epsilon^2}P^2} \right) , \qquad (3.10)$$

где

$$\zeta = \frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\gamma} \; .$$

Как обещалось, тахионный режим происходит при

$$P < P_c \equiv \frac{\epsilon}{\sqrt{\alpha}}$$
.

Соответствующее решение при $P > P_c$ даётся выражениями:

$$\chi = C \cdot \frac{i(\omega^2 - p^2)}{\epsilon \omega} f(\eta) e^{i\frac{\pi}{4}} ,$$

$$b_0 = C \cdot \frac{a}{\gamma} f(\eta) e^{i\frac{\pi}{4}} ,$$

$$b_L = -C \cdot \frac{ap}{\alpha \omega} f(\eta) e^{i\frac{\pi}{4}} ,$$

(3.11)

где $f(\eta)$ – медленно меняющаяся функция, C – общая постоянная, а фазовый фактор введён для удобства. Функция $f(\eta)$ может быть найдена, заметив, что в нашем приближении действие для возмущений полей

$$S = \int d\eta d\mathbf{x} \left[\frac{\alpha}{2} ((b'_i)^2 - (\partial_i b_j)^2) + \frac{\gamma}{2} ((b'_0)^2 - (\nabla b_0)^2) + \frac{1}{2} ((\chi')^2 - (\nabla \chi)^2) + \epsilon a(\chi' b_0 - \partial_i \chi b_i) \right].$$
(3.12)

Соответствующий функционал энергии есть

$$E = \int d\mathbf{x} \left[\frac{\alpha}{2} ((b'_i)^2 + (\partial_i b_j)^2) + \frac{\gamma}{2} ((b'_0)^2 + (\nabla b_0)^2) + \frac{1}{2} ((\chi')^2 + (\nabla \chi)^2) + \epsilon a \partial_i \chi b_i \right].$$
(3.13)

В ВКБ-приближении эта энергия сохраняется. Используя выражения (3.11) и требуя, чтобы энергия этого решения сохранялась, находим:

$$f(\eta) = \left| \frac{\omega}{2\left(\frac{(\omega^2 - p^2)^2}{\epsilon^2} + \zeta a^2 p^2\right)} \right|^{\frac{1}{2}}.$$
 (3.14)

Тот же самый результат может быть получен, рассматривая сохранение вронскиана системы (3.5), (3.6), (3.7), который, в нашем приближении, имеет вид

$$W = -i \left(\chi^* \chi' + \gamma b_0^* b_0' + \alpha b_L^* b_L' + \epsilon a \chi^* b_0 - \text{c.c.} \right) .$$

Теперь, чтобы найти общую постоянную в (3.11), мы квантуем систему с действием (3.12) при ранних временах и получаем:

$$C = \frac{A_{\mathbf{p}}^+}{(2\pi)^{3/2}} , \qquad (3.15)$$

где операторы рождения и уничтожения подчиняются стандартному коммутационному соотношению $[A^-_{\mathbf{p}}, A^+_{\mathbf{p}'}] = \delta(\mathbf{p} - \mathbf{p}').$ Мы интересуемся поведением возмущений в тахионном режиме. Экспоненциально растущая часть находится стандартным ВКБ-продолжением выражений (3.9), (3.11), (3.14) "за точку поворота". Этим путём мы, в итоге, получаем в тахионном режиме:

$$\chi = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{i(\omega^2 - p^2)}{\epsilon\omega} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{h.c.} \right) e^{\int |\omega| d\eta} ,$$

$$b_0 = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(\frac{a}{\gamma} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{h.c.} \right) e^{\int |\omega| d\eta} ,$$

$$b_i = \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left(-\frac{p_i a}{\alpha\omega} f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{h.c.} \right) e^{\int |\omega| d\eta} ,$$

где $f(\eta)$ также даётся формулой (3.14).

3.4 Гравитационный потенциал

Гравитационный потенциал Φ определяется уравнением (3.8). После прямого вычисления мы получаем, что при $P > P_c$ явное выражение имеет вид

$$\Phi = -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{Pl}\epsilon} \left(\frac{4\gamma P^2}{\epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\zeta\gamma^2}{\epsilon^2}P^2} - 1} - 1 \right) \cdot C \cdot f(\eta) e^{i\frac{\pi}{4}} ,$$

где C
и $f(\eta)$ – те же самые, что и в (3.11). Продолжая в тахионную область, находим

$$\Phi = -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{Pl}\epsilon} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \left[\left(\frac{4\gamma P^2}{\epsilon^2} \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{4\zeta\gamma^2}{\epsilon^2}P^2} - 1} - 1 \right) f A_{\mathbf{p}}^+ e^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \text{h.c.} \right] e^{\int |\omega| d\eta} .$$
(3.16)

Это выражение упрощается к концу развития нестабильности, т.е., при $P \ll \epsilon$ (но всё ещё $P \gg H \sim M$). В этом случае, дисперсионное соотношение (3.10) даёт

$$\omega^2 = -\frac{\gamma}{\alpha}p^2 \; ,$$

так что

$$f(\eta) = \frac{\gamma^{3/4} \alpha^{1/4}}{(\alpha + \gamma)^{1/2}} \frac{1}{\sqrt{2p}a(\eta)}$$

Следовательно,

$$\Phi = -\sqrt{\frac{4\pi}{27}} \frac{m}{M_{Pl}\epsilon} \frac{\gamma^{3/4} \alpha^{1/4} (\alpha - \gamma)}{(\alpha + \gamma)^{3/2}} \int \frac{d\mathbf{p}}{(2\pi)^{3/2}} \frac{1}{\sqrt{2p}a} \left(A_{\mathbf{p}}^{+} \mathrm{e}^{-i\mathbf{p}\mathbf{x}} + \mathrm{h.c.}\right) \mathrm{e}^{\int |\omega| d\eta} .$$

Это – гауссово случайное поле, чьё изменение мы записываем в терминах физического импульса и частоты:

$$\left\langle \Phi^2(\mathbf{x},t) \right\rangle = \frac{1}{27\pi} \frac{\gamma^{3/2} \alpha^{1/2} (\alpha - \gamma)^2}{(\alpha + \gamma)^3} \left(\frac{m}{M_{Pl}\epsilon}\right)^2 \int P dP \exp\left(2\int_{t_c}^t |\Omega| dt\right),\tag{3.17}$$

где импульс t_c соответствует началу тахионного режима, когда

$$P(t_c) \equiv \frac{p}{a(t_c)} = P_c \; .$$

Заметим, что фактор экспоненциального роста большой, но конечный, в формальном пределе $t \to \infty$. В качестве примера, для постоянного H полный фактор роста

$$\int_{t_c}^{\infty} |\Omega(t)| dt = \frac{1}{H} \int_{0}^{P_c} |\Omega(P)| \frac{dP}{P} = d(\alpha, \gamma) \cdot \frac{\epsilon}{H} ,$$

где $d(\alpha, \gamma)$ порядка единицы (например, $d(1, \frac{1}{2}) \approx 0.499$).

3.5 Обсуждение

Вспоминая соотношения (3.2) и (3.3), мы наблюдаем, что гравитационные потенциалы растут с очень маленьких значений, определяемых вакуумны-

ми флуктуациями на масштабе малых импульсов $P_c \sim \epsilon$, но они могут в конечном счёте стать большими. С одной стороны, это приводит к ограничению на параметры модели, которое мы здесь обсуждаем: требуя, чтобы $\Phi \ll 1$ в настоящее время, мы получаем:

$$\epsilon \lesssim \frac{1}{d(\alpha,\gamma)} H_0 \ln\left(\frac{M_{Pl}}{H_0}\right) \simeq 280 H_0$$
 для $\alpha = 1$, $\gamma = 0.5$,

где H_0 – современное значение параметра Хаббла. Таким образом, модель может служить в качестве жизнеспособного описания тёмной энергии за счёт очень точной по сравнению с обычной настройкой, требуемой для получения правильного значения для космического ускорения. С другой стороны, даже с ещё более точной настройкой индуцированные тёмной энергией гравитационные потенциалы могут быть значительными (но всё ещё допустимо малыми) сегодня. Особенное свойство здесь – это то, что появление этих потенциалов было бы довольно недавним явлением: наибольшие значения экспоненциального фактора в (3.17) получены при поздних временах, когда $\Omega(t)$ меняется медленно. Также, амплитуда возмущений достигала бы максимума при некотором импульсе *P*: для больших импульсов тахионный режим ещё не начался, в то время как для малых импульсов интеграл под экспонентой в (3.17) насыщен при ранних временах и, следовательно, мал. Эти свойства могут быть потенциально наблюдаемыми. В частности, тахионные возмущения могут оставить след на космическом микроволновом фоне; этот аспект изучается в [231].

Заключение

Диссертация состоит из введения, трёх глав, заключения, двух приложений и списка литературы.

В первой главе вычислена вероятность распада нейтрино с поперечным по отношению к магнитному полю импульсом $p_{\perp} \gtrsim m_W$ или $p_{\perp} \gg m_W$ на электрон и W^+ -бозон во внешнем магнитном поле $B_e \ll B \ll B_W$ $(B_e = \frac{m_e^2}{e} = 4.41 \cdot 10^{13} \, \Gamma c, \ B_W = \frac{m_W^2}{e} = 1.09 \cdot 10^{24} \, \Gamma c)$. Построена зависимость порога обрезания нейтринного спектра энергий от напряжённости внешнего магнитного поля в интервале значений $10^{-2}B_e \lesssim B \lesssim 10^4 B_e$ при фиксированной средней длине свободного пробега нейтрино $\lambda = 1$ км. Энергия обрезания $E_c = 1$ ПэВ соответствует значению поля $B \simeq 5B_e \simeq 2.2 \times 10^{14}$ Гс.

Во второй главе рассмотрено возможное минимальное расширение электрослабой стандартной модели, основанное на кварк-лептонной симметрии типа Пати-Салама $SU(4)_V \otimes SU(2)_L \otimes G_R$. Показано, что для перенормируемости теории Пати-Салама необходимо рассматривать третий тип смешивания во взаимодействиях $SU(4)_V$ -лептокварков с кварками и лептонами. Дополнительная свобода в выборе параметров смешивания позволяет значительно уменьшить нижний предел на массу векторного лептокварка, получаемый из низкоэнергетических редких процессов, запрещённых или сильно подавленных в стандартной модели.

В третьей главе рассмотрена модель УФ-стабильной фантомной тёмной энергии, имеющей тахионные нестабильности в ИК-области. Показано, что так же как и тахионные моды, возмущения метрики экспоненциально растут со временем, начиная с очень маленьких значений, определяемых квантовой физикой вакуумных флуктуаций, и могут стать значительными при поздних временах. Получено ограничение на параметры модели, которое следует из требования, что амплитуды возмущений метрики не слишком большие сегодня.
Приложение А

Вычисление вероятности распада нейтрино высокой энерги
и $\nu \to e^- W^+$ в сильном магнитном поле

Вероятность распада нейтрино $\nu \to e^- W^+$ может быть представлена в виде:

$$w\left(\nu \to e^- W^+\right) = \frac{1}{E} \operatorname{Im} \mathcal{M}\left(\nu_e \to \nu_e\right) = -2 \operatorname{Im} \Delta E,$$
 (A.1)

где

$$\Delta E = -\frac{g^2 \mathcal{D}^3}{\left(4\pi\right)^2 \beta E} \left(-\frac{1}{\beta} I_b\right) = \frac{g^2}{\left(4\pi\right)^2} \frac{p_{\parallel}^2}{E} I_b \tag{A.2}$$

выражается через интеграл

$$I_{b} = \beta \int_{0}^{\infty} \frac{ds}{\sin \beta s} \int_{0}^{1} du \left\{ \frac{\sin (\beta s u)}{\sin (\beta s)} - u \cos [\beta s (1+u)] \right\}$$

$$\times \exp \left\{ -is \left[M^{2}u + m^{2} (1-u) \right] \right\}$$

$$\times \exp \left\{ ip_{\parallel}^{2} \left[su (1-u) - \frac{\sin (\beta s u) \sin [\beta s (1-u)]}{\beta \sin (\beta s)} \right] \right\}.$$
(A.3)

Здесь введены обозначения:

$$\beta = eB, \ \mathcal{D} = \left[e^2 \left(pFFp\right)\right]^{1/3}, \ m_W = M, \ m_e = m, \ p_{\parallel}^2 = p_{\perp}^2 = \frac{\mathcal{D}^3}{\beta^2}.$$
 (A.4)

Произведём следующие замены:

$$\beta s = t, \ \frac{\beta}{M^2} = \xi, \ \frac{p_{\parallel}^2 \beta}{M^4} = \tilde{\eta}, \ p_{\parallel}^2 s = \frac{\tilde{\eta}}{\xi^2} t, \ M^2 s = \frac{t}{\xi}.$$
 (A.5)

После замен интеграл I_b принимает вид:

$$I_{b} = \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{\sin t} \int_{0}^{1} du \left\{ \frac{\sin tu}{\sin t} - u \cos \left[t \left(1 + u \right) \right] \right\}$$

$$\times \exp \left(-i \frac{tu}{\xi} \right) \exp \left\{ i \frac{\tilde{\eta}}{\xi^{2}} t \left[u \left(1 - u \right) - \frac{\sin tu \sin \left[t \left(1 - u \right) \right]}{t \sin t} \right] \right\}.$$
(A.6)

В используемой иерархии $\xi \equiv \frac{\beta}{M^2} \ll 1$ – очень малый параметр. Для того, чтобы $\exp\left(-i\frac{t}{\xi}u\right)$ не осциллировала слишком быстро, нужно взять $u \ll 1$. В этом случае:

$$\frac{\sin tu}{\sin t} - u\cos\left[t\left(1+u\right)\right]\Big|_{u\ll 1} = u\left(\frac{t}{\sin t} - \cos t\right),$$

$$u\left(1-u\right) - \frac{\sin tu\sin t\left(1-u\right)}{t\sin t}\Big|_{u\ll 1} = -u^2\left(1-\frac{t}{\tan t}\right);$$
(A.7)

и выражение для интеграла I_b принимает вид:

$$I_b \simeq \int_0^\infty \frac{dt}{\sin t} \left(\frac{t}{\sin t} - \cos t \right) \int_0^1 u du \exp\left(-i\frac{t}{\xi} u \right)$$

$$\times \exp\left[-i\frac{\tilde{\eta}}{\xi^2} t \left(1 - \frac{t}{\tan t} \right) u^2 \right].$$
(A.8)

Произведя замену

$$x = \frac{t}{\xi}u,\tag{A.9}$$

получим:

$$I_{b} = \xi^{2} \int_{0}^{\infty} \frac{dt}{t^{2} \sin t} \left(\frac{t}{\sin t} - \cos t \right) \int_{0}^{t/\xi} x dx e^{-ix}$$

$$\times \exp\left[-i\tilde{\eta} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{\tan t} \right) x^{2} \right] = \xi^{2} \int_{0}^{\infty} x dx e^{-ix} \int_{\xi x}^{\infty} \frac{dt}{t^{2} \sin t} \qquad (A.10)$$

$$\times \left(\frac{t}{\sin t} - \cos t \right) \exp\left[-i\tilde{\eta} \left(\frac{1}{t} - \frac{1}{\tan t} \right) x^{2} \right].$$

Интеграл по *s* (а значит и по *t*) проходит ниже вещественной оси. Развернём контур на мнимую ось:

$$\int_{\xi x}^{\infty} dt = \int_{C_1} dt + \int_{C_2} dt = \int_{0}^{-\frac{\pi}{2}} \xi x e^{i\varphi} i d\varphi + \int_{-i\xi x}^{-i\infty} dt.$$

Таким образом, внутренний интеграл в интеграле I_b мы разбиваем на два контура. В интеграле I_b значения x надо брать небольшими, чтобы функция e^{-ix} не осциллировала слишком быстро. Следовательно, $\xi x \ll 1$. На контуре C_1 имеем $t = \rho e^{i\varphi}, \ 0 > \varphi > -\frac{\pi}{2}, \ \rho = \xi x \ll 1$:

$$\left(\frac{t}{\sin t} - \cos t \right) \Big|_{t \ll 1} \simeq \frac{2}{3} t^2,$$

$$\left(\frac{1}{t} - \frac{1}{\tan t} \right) \Big|_{t \ll 1} \simeq \frac{t}{3};$$
(A.11)

и, следовательно,

$$\int_{C_1} \frac{dt}{t^2 \sin t} \frac{2}{3} t^2 \exp\left(-i\tilde{\eta}\frac{t}{3}x^2\right) \simeq \frac{2}{3} \int_{C_1} \frac{dt}{t} = -i\frac{\pi}{3}.$$
 (A.12)

На контуре C_2 имеем t = -iz, $\xi x < z < \infty$:

$$-i\int_{\xi x}^{\infty} \frac{dz}{(-z^2)(-i\sinh z)} \left(\frac{-iz}{-i\sinh z} - \cosh z\right)$$

$$\times \exp\left[i\tilde{\eta}\left(\frac{1}{-iz} - \frac{1}{-i\tan z}\right)x^2\right] = \int_{\xi x}^{\infty} \frac{dz}{z^2\sinh z} \left(-\frac{z}{\sinh z} + \cosh z\right) \quad (A.13)$$

$$\times \exp\left[-\tilde{\eta}\left(\frac{1}{\tan z} - \frac{1}{z}\right)x^2\right].$$

Поскольку $\xi x \ll 1$, можно ввести промежуточный масштаб: $\xi x < \epsilon \ll 1$. В этом случае:

$$\int_{\xi x}^{\epsilon} \frac{dz}{z^2 \sinh z} \left(-\frac{z}{\sinh z} + \cosh z \right) \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tan z} - \frac{1}{z} \right) x^2 \right]$$

$$= \int_{\xi x}^{\epsilon} \frac{dz}{z^3} \frac{2}{3} z^2 \exp\left(-\tilde{\eta} \frac{z}{3} x^2 \right) = \frac{2}{3} \int_{\xi x}^{\epsilon} \frac{dz}{z} = \frac{2}{3} \left(\ln \epsilon - \ln \xi - \ln x \right),$$
(A.14)

и, следовательно,

$$I_{b} = \xi^{2} \int_{0}^{\infty} x dx \exp(-ix) \left[-i\frac{\pi}{3} + \frac{2}{3} \left(\ln \epsilon - \ln \xi - \ln x \right) \right] + \Delta I_{b}, \qquad (A.15)$$

где

$$\Delta I_b = \xi^2 \int_0^\infty x dx \exp\left(-ix\right)$$

$$\times \left\{ \int_{\epsilon}^\infty \frac{dz}{z^2 \sinh z} \left(-\frac{z}{\sinh z} + \cosh z\right) \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tan z} - \frac{1}{z}\right) x^2\right] \right\}.$$
(A.16)

Производя замену

$$x = -it, \tag{A.17}$$

получаем:

$$\int_{0}^{\infty} x dx \exp\left(-ix\right) \left(\ln \epsilon - \ln \xi - \ln x - i\frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\int_{0}^{\infty} t dt \exp\left(-t\right) \left(\ln \epsilon - \ln \xi - \ln t\right)$$

$$= -\ln \epsilon + \ln \xi + \int_{0}^{\infty} t \ln t dt \exp\left(-t\right)$$

$$= -\ln \epsilon - \ln \frac{M^{2}}{\beta} + 1 - \gamma_{E},$$
(A.18)

и, в итоге,

$$I_b = \frac{2}{3}\xi^2 \left(-\ln\epsilon - \ln\frac{M^2}{\beta} + 1 - \gamma_E \right) + \Delta I_b, \tag{A.19}$$

где

$$\Delta I_b = \xi^2 \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dz}{z^2} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{z}{\sinh^2 z} \right) \int_{0}^{\infty} x dx \exp\left(-ix\right) \\ \times \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{1}{z} \right) x^2 \right].$$
(A.20)

Вблизи нижнего предела имеем:

$$\int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dz}{z^2} \frac{1}{z} \frac{2}{3} z^2 \sim \int_{\epsilon}^{\infty} \frac{dz}{z}.$$
(A.21)

Теперь нужно добавить и вычесть простое алгебраическое выражение, устраняющее особенность на нижнем пределе и не ухудшающее поведение на верхнем пределе (впрочем, для мнимой части это не нужно):

$$\Delta I_b = \xi^2 \int_0^\infty \frac{dz}{z^2} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{z}{\sinh^2 z} - \frac{2}{3} \frac{z}{1+z} \right)$$

$$\times \int_0^\infty x dx \exp\left(-ix\right) \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{1}{z}\right) x^2\right]$$

$$+ \frac{2}{3} \xi^2 \int_{\epsilon}^\infty \frac{dz}{z (1+z)} \int_0^\infty x dx \exp\left(-ix\right) \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{1}{z}\right) x^2\right].$$
(A.22)

Здесь в первом выражении в интеграле по *z* мы заменили нижний предел на 0.

Таким образом, для вероятности процесса в конечном итоге мы получаем:

$$w = -2 \operatorname{Im} \Delta E = -\frac{g^2}{8\pi^2} \frac{p_{\parallel}^2}{E} \operatorname{Im} I_b = -\frac{g^2}{8\pi^2} \frac{p_{\parallel}^2}{E} \operatorname{Im} \Delta I_b$$
$$= \frac{g^2}{8\pi^2} \frac{p_{\parallel}^2}{E} \xi^2 \int_0^\infty \frac{dz}{z^2} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{z}{\sinh^2 z}\right) \int_0^\infty x dx \sin x \qquad (A.23)$$
$$\times \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{1}{z}\right) x^2\right].$$

Используя интеграл

$$\int_{0}^{\infty} x dx \sin x \exp\left(-\alpha x^{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}}{4\alpha^{3/2}} \exp\left(-\frac{1}{4\alpha}\right), \qquad (A.24)$$

получаем:

$$w = \frac{g^2}{8\pi^2} \frac{p_{\parallel}^2}{E} \xi^2 \int_0^\infty \frac{dz}{z^2} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{z}{\sinh^2 z} \right) \int_0^\infty x dx \sin x$$

 $\times \exp\left[-\tilde{\eta} \left(\frac{1}{\tanh z} - \frac{1}{z} \right) x^2 \right] = \frac{G_F (eB)^{3/2} p_{\perp}}{\pi \sqrt{2\pi E}} \cdot \frac{1}{4\tilde{\eta}}$ (A.25)
 $\times \int_0^\infty \frac{dz}{z^{1/2}} \frac{(\tanh z)^{1/2}}{(\sinh z)^2} \frac{(\sinh z)^2 - z \tanh z}{(z - \tanh z)^{3/2}} \exp\left(-\frac{1}{4\tilde{\eta}} \frac{z \tanh z}{z - \tanh z} \right).$

Приложение В

Полное действие в модели фантомной тёмной энергии и уравнения для возмущений

Для полноты, мы представляем здесь полные выражения для квадратичного действия и линейные уравнения для скалярных возмущений, справедливые в режиме медленного скатывания. Мы используем конформную ньютонову калибровку и пренебрегаем членами, подавленными X'', X', φ'' , φ' . Квадратичное действие

$$S^{(2)} = \int d\eta d\mathbf{x} \ a^4 L^{(2)}, \tag{B.1}$$

где

$$\begin{aligned} a^{4}L^{(2)} &= -\frac{M_{Pl}^{2}}{\pi} \left(-\frac{3}{8}a^{2}\Phi\Delta\Phi - \frac{3}{2}a^{3}H\Phi\Phi' - \frac{3}{2}aa''\Phi^{2} - \frac{3}{8}a^{2}(\Phi')^{2} \right) - \\ &- \frac{\alpha}{2} \left[- \left(b_{i}' - aX\partial_{i}\Phi - aHb_{i} \right)^{2} - a^{2}H^{2}b_{i}^{2} + 2aH(\partial_{i}b_{0} - aX\partial_{i}\Phi)b_{i} \right] - \\ &- \frac{\alpha}{2} \left[(\partial_{i}b_{j})^{2} - 2a\partial_{i}b_{i}(Hb_{0} - X\Phi') + 3(-aHb_{0} + 4a'X\Phi + aX\Phi')^{2} \right] - \\ &- \alpha a'X \left(\partial_{i}\Phi b_{i} - 3b_{0}\Phi' - 6a'X\Phi^{2} - 6aX\Phi\Phi' \right) + \\ &+ \frac{\gamma}{2} \left[\left(b_{0}' - aHb_{0} - aX\Phi' \right)^{2} - \left(\partial_{i}b_{0} - aX\partial_{i}\Phi \right)^{2} \right] + \\ &+ \frac{1}{2} \left(\chi' - \chi aH \right)^{2} - \frac{1}{2} \left(\partial_{i}\chi \right)^{2} + \epsilon a \left(\chi' - \chi aH \right) \left(b_{0} - 2aX\Phi \right) - \epsilon a\partial_{i}\chi b_{i} + \\ &+ \frac{M^{2}a^{2}}{2} \left(b_{0}^{2} - 4aXb_{0}\Phi + 4a^{2}X^{2}\Phi^{2} - b_{i}^{2} \right) - \frac{m^{2}a^{2}}{2}\chi^{2} \,. \end{aligned}$$

Это даёт уравнения для возмущений полей:

$$\begin{split} \chi'' &- \Delta \chi - \frac{a''}{a} \chi + m^2 a^2 \chi + \epsilon a b'_0 + 2\epsilon a' b_0 - \epsilon a \partial_i b_i - 2\epsilon a^2 X \Phi' - 6\epsilon a a' X \Phi = 0 , \\ \epsilon (a \chi' - a' \chi) &- \gamma \left(b''_0 - \Delta b_0 - \frac{a''}{a} b_0 \right) + (M^2 - 3\alpha H^2) a^2 b_0 + 2\alpha a H \partial_i b_i + \\ &+ \gamma a X (\Phi'' - \Delta \Phi) + 2(3\alpha + \gamma) a' X \Phi' + 2(6\alpha H^2 - M^2) a^3 X \Phi = 0 , \\ \epsilon a \partial_i \chi + 2\alpha a H \partial_i b_0 + \alpha \left(b''_i - \Delta b_i - \frac{a''}{a} b_i \right) + (M^2 - \alpha H^2) a^2 b_i - 2\alpha a X \partial_i \Phi' - \\ &- 2\alpha a^2 H X \partial_i \Phi = 0 , \\ &- \frac{3M_{Pl}^2}{4\pi} \left[a^2 (\Phi'' - \Delta \Phi) + 2aa' \Phi' - 2(aa'' - (a')^2) \Phi \right] - 2\epsilon a X (a\chi' - a'\chi) + \\ &+ \gamma a X (b''_0 - \Delta b_0) - 6\alpha a^2 H X b'_0 - \gamma a'' X b_0 - 2M^2 a^3 X b_0 + 12\alpha a^3 H^2 X b_0 - \\ &- 6\alpha a'' X b_0 + 2\alpha a X \partial_i b'_i + a^2 X^2 (3\alpha - \gamma) \Phi'' + (\gamma - \alpha) a^2 X^2 \Delta \Phi + \\ &+ 2(3\alpha - \gamma) a^3 H X^2 \Phi' + 6\alpha (aa'' - 5(a')^2) X^2 \Phi + 4M^2 a^4 X^2 \Phi = 0 . \end{split}$$

Уравнения (3.5), (3.6), (3.7) и (3.8) следуют из последних уравнений в режиме (3.4), в то время как действие (В.1) сводится к (3.12) в этом режиме.

Литература

- Raffelt G. G. Stars as laboratories for fundamental physics // Chicago. University of Chicago Press 1996. 664 P.
- [2] Клапдор-Клайнгротхаус Г. В., Цюбер К. Астрофизика элементарных частиц // М. Редакция журнала "Успехи физ. наук" 2000. 496 С.
- [3] Хлопов М. Ю. Основы космомикрофизики // М. Едиториал УРСС 2004. 368 С.
- [4] Липунов В.М. Астрофизика нейтронных звезд // Москва. Наука 1987.
 С. 1.
- [5] Kouveliotou C., Strohmayer T., Hurley K. et al. Discovery of a magnetar associated with the Soft Gamma Repeater SGR 1900+14 // Astrophys. J. 1999. V. 510, № 2, P. L115-L118.
- [6] Hurley K., Cline T., Mazets E. et al. A giant, periodic flare from the soft gamma repeater SGR1900+14 // Nature 1999. V. 397, P. 41-43.
- [7] Бисноватый-Коган Г.С. Взрыв вращающейся звезды как механизм сверхновой // Астрон. журн. 1970. Т. 47, С. 813.
- [8] Бисноватый-Коган Г.С. Физические вопросы теории звездной эволюции // Москва. Наука 1989. С. 1.

- [9] Ruderman M. Neutron Stars: Theory and Observation // Eds. J. Ventura and D. Pines. Dordrecht. Kluwer Academic Pub. 1991. P. 1.
- [10] Duncan R.C., Thompson C. Formation of very strongly magnetized neutron stars: implications for gamma-ray bursts // Astrophys. J. 1992.
 V. 392, № 1, P. L9-L13.
- [11] Bisnovatyi-Kogan G.S. Asymmetric neutrino emission and formation of rapidly moving pulsars // Astron. Astrophys. Trans. 1993. V. 3, P. 287-294.
- [12] Bocquet M. et al. Rotating neutron star models with magnetic field // Astron. Astrophys. 1995. V. 301, P. 757-775.
- [13] Cardall C.Y., Prakash M., Lattimer J.M. Effects of strong magnetic fields on neutron star structure // Astrophys. J. 2001. V. 554, № 1, P. 322-339.
- [14] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (SNO Collaboration). Measurement of the rate of ν_e+d → p+p+e⁻ interactions produced by ⁸B solar neutrinos at the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2001. V. 87, No. 7, P. 071301 (1-5).
- [15] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (SNO Collaboration). Direct evidence for neutrino flavor transformation from neutral-current interactions in the Sudbury Neutrino Observatory // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89, No. 1, P. 011301 (1-5).
- [16] Ahmad Q.R., Allen R.C., Andersen T.C. et al. (SNO Collaboration). Measurement of day and night neutrino energy spectra at SNO and

constraints on neutrino mixing parameters // Phys. Rev. Lett. 2002. V. 89, No. 1, P. 011302 (1-5).

- [17] Gribov V.N., Pontecorvo B. Neutrino astronomy and lepton charge // Phys. Lett. 1969. V. B28, No. 7, P. 493-496.
- [18] Биленький С.М., Понтекорво Б.М. Смешивание лептонов и осцилляции нейтрино // УФН. 1977. Т. 123, № 2, С. 181-215.
- [19] Pati J.C., Salam A. Lepton number as the fourth "color" // Phys. Rev. 1974. V. D10, No. 1, P. 275-293.
- [20] Beringer J. et al. (Particle Data Group). Review of Particle Physics // Phys. Rev. D 2012. V. 86. P. 010001.
- [21] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Vector leptoquarks could be rather light?
 // Phys. Lett. B 1994. V. 329, No. 1,2, P. 295-299.
- [22] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Новый тип смешивания в рамках минимальной кварк-лептонной симметрии и нижний предел на массу векторного лептокварка // ЯФ. 1995. Т. 58, № 12, С. 2228-2234.
- [23] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. High energy neutrino absorption by W production in a strong magnetic field // Phys. Lett. B 2010. Vol. 690, No. 4. P. 386–389.
- [24] Кузнецов А. В., Михеев Н. В., Сергиенко А. В. Распад нейтрино ультравысоких энергий на электрон и W-бозон в магнитном поле и его влияние на форму нейтринного спектра // Вестник ЯрГУ. Серия: Естественные и технические науки. 2010. № 2. С. 12-18.

- [25] Kuznetsov A. V., Mikheev N. V., Serghienko A. V. A decay of the ultrahigh-energy neutrino ν_e → e⁻W⁺ in a magnetic field and its influence on the shape of the neutrino spectrum // In: Proceedings of the 16th International Seminar "Quarks'2010", Kolomna, Moscow Region, Russia, June 6-12, 2010. Eds. V.A. Matveev e.a. V. 1. P. 282-289 [arXiv:1010.0582 (hep-ph)].
- [26] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Serghienko A.V. The third type of fermion mixing in the lepton and quark interactions with leptoquarks // Int. J. Mod. Phys. A 2012. V. 27, No. 11, P. 1250062.
- [27] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Serghienko A.V. The third type of fermion mixing and indirect limits on the Pati–Salam leptoquark mass // In: Proceedings of the 17th International Seminar "Quarks'2012", Yaroslavl, Russia, June 4-10, 2012 (submitted) [arXiv:1210.3697 (hep-ph)].
- [28] Сергиенко А.В., Рубаков В.А. Фантомная тёмная энергия с тахионными нестабильностями: возмущения метрики // Теор. мат. физ. 2012. Т. 173, № 3, С. 1709-1719.
- [29] Гинзбург В.Л. Какие проблемы физики и астрофизики представляются сейчас особенно важными и интересными (тридцать лет спустя, причём уже на пороге XXI века?) // Усп. физ. наук. 1999. Т. 169, Вып. 4, С. 419-441.
- [30] Биленький С.М. Массы, смешивание и осцилляции нейтрино. // Усп. физ. наук. 2003. Т. 173, Вып. 11, С. 1171-1186.
- [31] Zhang B., Dai Z.G., Meszaros P. et al. High energy neutrinos from magnetars. // Astrophys. J. 2003. Vol. 595, No. 1, P. 346-351.

- [32] Luo Q. High energy neutrinos from fast spinning magnetars. // Astropart. Phys. 2005. Vol. 24, No. 4-5, P. 301-315.
- [33] Ioka K., Razzaque S., Kobayashi S. et al. TeV-PeV neutrinos from giant flares of magnetars and the case of SGR 1806-20 // Astrophys. J. 2005.
 Vol. 633, No. 2, P. 1013-1017.
- [34] McKeon G. Propagation of a neutrino in a homogeneous magnetic field // Phys. Rev. D 1981. Vol. 24, No. 10, P. 2744-2747.
- [35] Борисов А.В., Жуковский В.Ч., Курилин А.В. и др. Радиационные поправки к массе нейтрино во внешнем электромагнитном поле // Ядер. физика 1985. Т. 41, Вып. 3, С. 743-748.
- [36] Erdas A., Feldman G. Magnetic field effects on Lagrangians and neutrino self-energies in the Salam-Weinberg theory in arbitrary gauges // Nucl. Phys. B 1990. Vol. 343, No. 3, P. 597-621.
- [37] Erdas A., Lissia M. High-energy neutrino conversion into an electron-W pair in a magnetic field and its contribution to neutrino absorption // Phys. Rev. D 2003. Vol. 67, No. 3, P. 033001 (1-6).
- [38] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Raffelt G.G., Vassilevskaya L.A. Neutrino dispersion in external magnetic fields // Phys. Rev. D 2006. Vol. 73, No. 2, P. 023001 (1-8).
- [39] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Дисперсионные свойства нейтрино во внешнем магнитном поле // Ядер. физ. 2007. Т. 70, Вып. 7, С. 1299-1304.

- [40] Bhattacharya K., Sahu S. Neutrino absorption by W production in the presence of a magnetic field // Eur. Phys. J. C. 2009. Vol. 62, No. 3, P. 481-489.
- [41] Erdas A. Neutrino self-energy in an external magnetic field // Phys. Rev. D 2009. Vol. 80, No. 11, P. 113004 (1-8).
- [42] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V., Serghienko A.V. High energy neutrino absorption by W production in a strong magnetic field // Phys. Lett. B 2010. Vol. 690, No. 4, P. 386-389.
- [43] Kuznetsov A.V., Mikheev N.V. Electroweak Processes in External Electromagnetic Fields // New York: Springer-Verlag, 2003. 136 pp.
- [44] Кузнецов А.В., Михеев Н.В. Электрослабые процессы во внешней активной среде // Ярославль: Изд-во ЯрГУ, 2010. 336 с.
- [45] Schwinger. J. On gauge invariance and vacuum polarization // Phys. Rev. 82, 664 (1951).
- [46] Einstein A. Autobiographical Notes. In: "Albert Einstein Philosopher-Scientist" // Ed. by P. Schilpp, Evanston, IL 1949.
- [47] Nilles H. P. Supersymmetry, supergravity and particle physics // Phys. Rep. 1984. V. 110, P. 1.
- [48] Липманов Е. М. // Ядер. физ. 1967. Т. 6, С. 541.
- [49] Липманов Е. М. // ЖЭТФ 1968. Т. 55, С. 2245.
- [50] Липманов Е. М. и Михеев Н. В. // Письма ЖЭТФ 1968. Т. 7, С. 139.

- [51] Bég M. A. B., Budny R., Mohapatra R. N. and Sirlin A. Manifest Left-Right Symmetry and its Experimental Consequences // Phys. Rev. Lett. 1977. V. 38, P. 1252.
- [52] Portell Bueso X. // Vancouver, Canada. Proc. XXXI Physics in Collision 2011.
- [53] Dirac P. Quantised Singularities in the Electromagnetic Field // London. Proc. Roy. Soc. A 1931. V. 133, P. 60.
- [54] Aaltonen T. et al. (CDF Collab.) Search for third generation vector leptoquarks in p pmacr collisions at s=1.96TeV // Phys. Rev. D 2008.
 V. 77, P. 091105R.
- [55] Shanker O. π_{l2} , K_{l3} and $K^0 K^0$ constraints on leptoquarks and supersymmetric particles // Nucl. Phys. B 1982. V. 204, P. 375.
- [56] Deshpande N.G. and Johnson R.J. Experimental limit on SU(4)_{color} gauge-boson mass // Phys. Rev. D 1983. V. 27, P. 1193.
- [57] Leurer M. Bounds on vector leptoquarks // Phys. Rev. D 1994. V. 50, P. 536.
- [58] Davidson S., Bailey D. and Campbell B. Model independent constraints on leptoquarks from rare processes // Z. Phys. C 1994. V. 61, P. 613.
- [59] Valencia G. and Willenbrock S. Quark-lepton unification and rare meson decays // Phys. Rev. D 1994. V. 50, P. 6843.
- [60] Kuznetsov A. V. and Mikheev N. V. Vector leptoquarks could be rather light? // Phys. Lett. B 1994. V. 329, P. 295.

- [61] Кузнецов А. В. и Михеев Н. В. // Ядер. физ. 1995. Т. 58, С. 2228.
- [62] Smirnov A. D. The minimal quark-lepton symmetry model and the limit on Z'-mass // Phys. Lett. B 1995. V. 346, P. 297.
- [63] Смирнов А. Д. // Ядер. физ. 1995. Т. 58, С. 2252.
- [64] Smirnov A. D. Mass Limits for Scalar and Gauge Leptoquarks from $K_L^0 \rightarrow e^{\mp}\mu^{\pm}$, $B^0 \rightarrow e^{\mp}\tau^{\pm}$ Decays // Mod. Phys. Lett. A 2007. V. 22, P. 2353.
- [65] Смирнов А. Д. // Ядер. физ. 2008. Т. 71, С. 1498.
- [66] Leurer M. Comprehensive study of leptoquark bounds // Phys. Rev. D 1994. V. 49, P. 333.
- [67] Понтекорво Б. // ЖЭТФ 1957. Т. 33, С. 549.
- [68] Понтекорво Б. // ЖЭТФ 1958. Т. 34, С. 247.
- [69] Понтекорво Б. // ЖЭТФ 1967. Т. 53, С. 1717.
- [70] Maki Z., Nakagawa M. and Sakata S. Remarks on the Unified Model of Elementary Particles // Prog. Theor. Phys. 1962. V. 28, P. 870.
- [71] Вайнштейн А.И., Захаров В.И. и Шифман М.А. // ЖЭТФ 1977. Т.
 72, С. 1275
- [72] Высоцкий М. И. // Ядер. физ. 1980. Т. 31, С. 1535.
- [73] Marciano W. J. and Sirlin A. Radiative corrections to π_{l2} decays // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 71, P. 3629.
- [74] Britton D. I. et al. Measurement of the $\pi^+ \rightarrow e^+ \nu$ branching ratio // Phys. Rev. Lett. 1992. V. 68, P. 3000.

- [75] Britton D. I. et al. // Phys. Rev. D 1992. V. 49, P. 28.
- [76] Czapek G. et al. Branching ratio for the rare pion decay into positron and neutrino // Phys. Rev. Lett. 1993. V. 70, P. 17.
- [77] Ambrosino F. et al. (KLOE Collab.) Precise measurement of $\Gamma(K \rightarrow e\nu(\gamma))/\Gamma(K \rightarrow \mu\nu(\gamma))$ and study of $K \rightarrow e\nu\gamma$ // Eur. Phys. J. C 2009. V. 64, P. 627. Erratum-ibid. 2010. V. 65, P. 703.
- [78] Sher A. et al. (BNL E865 Collab.) An Improved Upper Limit on the Decay $K^+ \rightarrow \pi^+ \mu^+ e^-$ // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 012005.
- [79] Appel R. et al. (BNL E865 Collab.) Search for Lepton Flavor Violation in K⁺-Decays // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85, P. 2877.
- [80] Ambrose D. et al. (BNL E871 Collab.) Improved Branching Ratio Measurement for the Decay $K_L^0 \rightarrow \mu^+\mu^-$ // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 84, P. 1389.
- [81] Alexopoulos T. et al. (FNAL KTeV Collab.) Measurements of K_L^0 Branching Fractions and the CP-Violation Parameter η^{\pm} // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 092006.
- [82] Ambrose D. et al. (BNL E871 Collab.) New Limit on Muon and Electron Lepton Number Violation from K⁰_L → μ[±]e[∓] Decay // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81, P. 5734.
- [83] Ambrose D. et al. (BNL E871 Collab.) First Observation of the Rare Decay Mode $K_L^0 \rightarrow e^+e^-$ // Phys. Rev. Lett. 1998. V. 81, P. 4309.
- [84] Bertl W. et al. (SINDRUM-II Collab.) A search for μe conversion in muonic gold // Eur. Phys. J. C 2006. V. 47, P. 337.

- [85] Shanker O. Z dependence of coherent μe conversion rate in anomalous neutrinoless muon capture // Phys. Rev. D 1979. V. 20, P. 1608.
- [86] Miyazaki Y. et al. (BELLE Collab.) Search for Lepton Flavor Violating τ Decays into $\ell^- K_S^0$ and $\ell^- K_S^0 K_S^0$ // Phys. Lett. B 2010. V. 692, P. 4.
- [87] Miyazaki Y. et al. (BELLE Collab.) Search for Lepton Flavor Violating τ^- Decays into $l^-\eta$, $l^-\eta'$ and $l^-\pi^0$ // Phys. Lett. B 2007. V. 648, P. 341.
- [88] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) Search for Lepton Flavor Violating Decays $\tau^{\pm} \rightarrow l^{\pm}\pi^{0}$, $l^{\pm}\eta$, $l^{\pm}\eta'$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98, P. 061803.
- [89] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) Measurements of Branching Fractions, Rate Asymmetries and Angular Distributions in the Rare Decays $B \rightarrow KI^+I^-$ and $B \rightarrow K^{\pm}I^+I^-$ // Phys. Rev. D 2006. V. 73, P. 092001.
- [90] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) Search for the rare decay $B \rightarrow \pi l^+ l^-$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99, P. 051801.
- [91] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) Search for the decay $B^+ \to K^+ \tau^{\mp} \mu^{\pm}$ // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 99, P. 201801.
- [92] Jamin M. and Lange B. O. f_B and f_{Bs} from QCD sum rules // Phys. Rev. D 2002. V. 65, P. 056005.
- [93] Ikado K. et al. (BELLE Collab.) Evidence of the Purely Leptonic Decay $B^- \rightarrow \tau^- \bar{\nu}_{\tau} //$ Phys. Rev. Lett. 2006. V. 97, P. 251802.
- [94] Aaltonen T. et al. (CDF Collab.) Search for the Decays $B^0_{(s)} \to e^+\mu^-$ and $B^0_{(s)} \to e^+e^-$ in CDF Run II // Phys. Rev. Lett. 2009. V. 102, P. 201801.

- [95] Chatrchyan S. et al. (CMS Collab.) Search for $B_s \to \mu^+\mu^-$ and $B^0 \to \mu^+\mu^-$ decays // JHEP 2012. V. 04. P. 033.
- [96] Aaij R. et al. (LHCb Collab.) Strong Constraints on the Rare Decays $B_s^0 \rightarrow \mu + \mu -$ and $B^0 \rightarrow \mu + \mu //$ Phys. Rev. Lett. 2012. V. 108. P. 231801.
- [97] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) A Search for the Rare Decay $B^0 \rightarrow \tau^+ \tau^-$ at BABAR // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96, P. 241802.
- [98] Aubert B. et al. (BABAR Collab.) Searches for the decays B⁰ → l[±]τ[∓] and B⁺ → l⁺ν (l = e, μ) using hadronic tag reconstruction // Phys. Rev. D 2008. V. 77, P. 091104R.
- [99] Поваров А. В. Доклад на конференции "Физика фундаментальных взаимодействий" // ИТЭФ. Москва. Ноябрь 2011. (не опубликован).
- [100] Artamonov A. V. et al. (BNL E949 Collab.) Upper limit on the branching ratio for the decay $\pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu}$ // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 091102R.
- [101] Natale A. Limit on $\Gamma(\pi^0 \to \nu \bar{\nu})$ from SN 1987A // Phys. Lett. B 1991. V. 258, P. 227.
- [102] Lam W. P. and Ng K. W. Cosmological bound on Dirac neutrino mass via $\gamma \gamma \rightarrow \pi^0 \rightarrow \nu \bar{\nu} //$ Phys. Rev. D 1991. V. 44, P. 3345.
- [103] Raffelt G. and Seckel D. Multiple-scattering suppression of the bremsstrahlung emission of neutrinos and axions in supernovae // Phys. Rev. Lett. 1991. V. 67, P. 2605.
- [104] Gregores E. M. et al. Remarks on the process $\gamma \gamma \rightarrow \nu \bar{\nu}$ in astrophysics // Phys. Rev. D 1995. V. 51, P. 4587.

- [105] Riess A. G. et al. New Hubble Space Telescope Discoveries of Type Ia Supernovae at z ≥ 1: Narrowing Constraints on the Early Behavior of Dark Energy // Astrophys. J. 2007. V. 659, P. 98.
- [106] Perlmutter S. et al. Measurements of Omega and Lambda from 42 High-Redshift Supernovae // Astrophys. J. 1999. V. 517, P. 565.
- [107] Astier P. et al. The Supernova Legacy Survey: measurement of Ω_M , Ω_{Λ} and w from the first year data set // Astron. Astrophys. 2006. V. 447, P. 31.
- [108] Wood-Vasey W. M. et al. Observational Constraints on the Nature of Dark Energy: First Cosmological Results from the ESSENCE Supernova Survey // Astrophys. J. 2007. V. 666, P. 694.
- [109] Riess A. G. et al. "A Redetermination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope from a Differential Distance Ladder" // Astrophys.
 J. 2009 V. 699, P. 539.
- [110] Riess A. G. et al. "A 3% Solution: Determination of the Hubble Constant with the Hubble Space Telescope and Wide Field Camera 3" // Astrophys. J. 2011. V. 730, P. 119. Erratum-ibid. 2011. V. 732, P. 129.
- [111] Amanullah R. et al. "Spectra and Light Curves of Six Type Ia Supernovae at 0.511 < z < 1.12 and the Union2 Compilation" // Astrophys. J. 2010. V. 716, P. 712.
- [112] Suzuki N. et al. "The Hubble Space Telescope Cluster Supernova Survey: V. Improving the Dark Energy Constraints Above z > 1 and Building an

Early-Type-Hosted Supernova Sample" // Astrophys. J. 2012. V. 746, P. 85.

- [113] Spergel D. N. et al. (WMAP Collaboration) First-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Determination of Cosmological Parameters // Astrophys. J. Suppl. 2003 V. 148, P. 175.
- [114] Spergel D. N. et al. Three-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Implications for Cosmology // Astrophys. J. Suppl. 2007. V. 170, P. 377.
- [115] Larson D. et al. "Seven-Year Wilkinson Microwave Anisotropy Probe (WMAP) Observations: Power Spectra and WMAP-Derived Parameters" // Astrophys. J. Suppl. 2011. V. 192, P. 16.
- [116] Seljak U. et al. (SDSS Collaboration) Cosmological parameter analysis including SDSS Ly? forest and galaxy bias: Constraints on the primordial spectrum of fluctuations, neutrino mass, and dark energy // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 103515.
- [117] Tegmark M. et al. Cosmological constraints from the SDSS luminous red galaxies // Phys. Rev. D 2006. V. 74, P. 123507.
- [118] Cole S. et al. (The 2dFGRS Collaboration) The 2dF Galaxy Redshift Survey: power-spectrum analysis of the final data set and cosmological implications // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2005. V. 362, P. 505.
- [119] Eisenstein D. J. et al. (SDSS Collaboration) Detection of the Baryon Acoustic Peak in the Large-Scale Correlation Function of SDSS Luminous Red Galaxies // Astrophys. J. 2005. V. 633, P. 560.

- [120] Percival W. J. et al. (SDSS Collaboration) "Baryon Acoustic Oscillations in the Sloan Digital Sky Survey Data Release 7 Galaxy Sample" // Mon. Not. Roy. Astron. Soc. 2010. V. 401, P. 2148.
- [121] Vikhlinin A. et al. "Chandra Cluster Cosmology Project III: Cosmological Parameter Constraints" // Astrophys. J. 2009. V. 692, P. 1060.
- [122] Burenin R. A. and Vikhlinin A. A. "Cosmological parameters constraints from galaxy cluster mass function measurements in combination with other cosmological data" // [arXiv:1202.2889 [astro-ph.CO]]
- [123] Sahni V. and Starobinsky A. A. The Case for a Positive Cosmological Λ-Term // Int. J. Mod. Phys. D 2000. V. 9, P. 373.
- [124] Sahni V. Dark Matter and Dark Energy // Lect. Notes Phys. 2004. V.653, P. 141.
- [125] Carroll S. M. The Cosmological Constant // Living Rev. Rel. 2001. V. 4, P. 1.
- [126] Padmanabhan T. Cosmological constant the weight of the vacuum // Phys. Rept. 2003. V. 380, P. 235.
- [127] Peebles P. J. E. and Ratra B. The cosmological constant and dark energy // Rev. Mod. Phys. 2003. V. 75, P. 559.
- [128] Sahni V. and Starobinsky A. Reconstructing Dark Energy // Int. J. Mod. Phys. D 2006. V. 15, P. 2105.
- [129] Nojiri S. and Odintsov S. D. Introduction to Modified Gravity and Gravitational Alternative for Dark Energy // Int. J. Geom. Meth. Mod. Phys. 2007. V. 4, P. 115.

- [130] Copeland E. J., Sami M. and Tsujikawa S. Dynamics of Dark Energy // Int. J. Mod. Phys. D 2006. V. 15, P. 1753.
- [131] Sahni V., Shafieloo A. and Starobinsky A. A. "Two new diagnostics of dark energy" // Phys. Rev. D 2008. V. 78, P. 103502.
- [132] Xia J. Q., Zhao H. Li, G. B. and Zhang X. "Determining Cosmological Parameters with Latest Observational Data" // Phys. Rev. D 2008. V. 78, P. 083524.
- [133] Caldwell R. R. A phantom menace? Cosmological consequences of a dark energy component with super-negative equation of state // Phys. Lett. B 202. V. 545, P. 23.
- [134] Carroll S. M., Hoffman M. and Trodden M. Can the dark energy equationof-state parameter w be less than -1? // Phys. Rev. D 2003. V. 68, P. 023509.
- [135] Gibbons G. W. "Phantom matter and the cosmological constant" // [arXiv:hep-th/0302199]
- [136] Singh P., Sami M. and Dadhich N. Cosmological dynamics of a phantom field // Phys. Rev. D 2003. V. 68, P. 023522.
- [137] Nojiri S. and Odintsov S. D. Quantum de Sitter cosmology and phantom matter // Phys. Lett. B 2003. V. 562, P. 147.
- [138] Nojiri S. and Odintsov S. D. De Sitter brane universe induced by phantom and quantum effects // Phys. Lett. B 2003. V. 565, P. 1.
- [139] Hao J. G. and Li X. Z. Attractor solution of phantom field // Phys. Rev. D 2003. V. 67, P. 107303.

- [140] Gonzalez-Diaz P. F. You need not be afraid of phantom energy // Phys. Rev. D 2003. V. 68, P. 021303.
- [141] Chimento L. P. and Lazkoz R. Constructing Phantom Cosmologies from Standard Scalar Field Universes // Phys. Rev. Lett. 2003. V. 91, P. 211301.
- [142] Dabrowski M. P., Stachowiak T. and Szydlowski M. Phantom cosmologies // Phys. Rev. D 2003. V. 68, P. 103519.
- [143] Tsujikawa S. Construction of nonsingular cosmological solutions in string theories // Class. Quant. Grav. 2003. V. 20, P. 1991.
- [144] Sami M. and Toporensky A. Phantom Field and the Fate of the Universe // Mod. Phys. Lett. A 2004. V. 19, P. 1509.
- [145] Elizalde E., Nojiri S. and Odintsov S. D. Late-time cosmology in a (phantom) scalar-tensor theory: Dark energy and the cosmic speed-up // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 043539.
- [146] Stefancic H. Generalized phantom energy // Phys. Lett. B 2004. V. 586, P. 5.
- [147] Johri V. B. Phantom cosmologies // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 041303.
- [148] Guo Z. K., Piao Y. S. and Zhang Y. Z. Attractor behavior of phantom cosmology // Phys. Lett. B 2004. V. 594, P. 247.
- [149] Aguirregabiria J. M., Chimento L. P. and Lazkoz R. Phantom k-essence cosmologies // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 023509.
- [150] Nojiri S., Odintsov S. D. and Tsujikawa S. Properties of singularities in the (phantom) dark energy universe // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 063004.

- [151] Nojiri S. and Odintsov S. D. Inhomogeneous equation of state of the universe: Phantom era, future singularity, and crossing the phantom barrier // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 023003.
- [152] Perivolaropoulos L. Constraints on linear negative potentials in quintessence and phantom models from recent supernova data // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 063503.
- [153] Chiba T. Generalized Gravity and a Ghost // JCAP 2005. V. 0503, P. 008.
- [154] Bouhmadi-Lopez M. and Madrid J. A. Jimenez. Escaping the Big Rip? // JCAP 2005. V. 0505, P. 005.
- [155] Faraoni V. Phantom cosmology with general potentials // Class. Quant. Grav. 2005. V. 22, P. 3235.
- [156] Chimento L. P. Interacting fluids generating identical, dual and phantom cosmologies // Phys. Lett. B 2006. V. 633, P. 9.
- [157] Chimento L. P. and Pavon D. Dual interacting cosmologies and late accelerated expansion // Phys. Rev. D 2006. V.73, P. 063511.
- [158] Hrycyna O. and Szydlowski M. "Route to Lambda in conformally coupled phantom cosmology" // Phys. Lett. B 2007. V. 651, P. 8.
- [159] Vikman A. Can dark energy evolve to the phantom? // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 023515.
- [160] Guo Z. K., Piao Y. S., Zhang X. M. and Zhang Y. Z. Cosmological evolution of a quintom model of dark energy // Phys. Lett. B 2005. V. 608, P. 177.

- [161] Hu W. Crossing the phantom divide: Dark energy internal degrees of freedom // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 047301.
- [162] Caldwell R. R. and Doran M. Dark-energy evolution across the cosmological-constant boundary // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 043527.
- [163] Wei H., Cai R. G. and Zeng D. F. Hessence: a new view of quintom dark energy // Class. Quant. Grav. 2005. V. 22, P. 3189.
- [164] Zhao G. B., Xia J. Q., Li M., Feng B. and Zhang X. Perturbations of the quintom models of dark energy and the effects on observations // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 123515.
- [165] Tsujikawa S. Reconstruction of general scalar-field dark energy models // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 083512.
- [166] Aref'eva I. Y., Koshelev A. S. and Vernov S. Y. Crossing the w = -1 barrier in the D3-brane dark energy model // Phys. Rev. D 2005. V. 72, P. 064017.
- [167] McInnes B. The phantom divide in string gas cosmology // Nucl. Phys. B 2005. V. 718, P. 55.
- [168] Chimento L. P., Lazkoz R., Maartens R. and Quiros I. Crossing the phantom divide without phantom matter // JCAP 2006. V. 0609, P. 004.
- [169] Lazkoz R. and Leon G. Quintom cosmologies admitting either tracking or phantom attractors // Phys. Lett. B 2006. V. 638, P. 303.
- [170] Zhang X. F. and Qiu T. Avoiding the big-rip jeopardy in a quintom dark energy model with higher derivatives // Phys. Lett. B 2006. V. 642, P. 187.

- [171] Zhao W. Quintom models with an equation of state crossing -1 // Phys. Rev. D 2006. V. 73, P. 123509.
- [172] Sadjadi H. Mohseni and Alimohammadi M. Transition from quintessence to the phantom phase in the quintom model // Phys. Rev. D 2006. V. 74, P. 043506.
- [173] Guo Z. K., Piao Y. S., Zhang X. and Zhang Y. Z. Two-field quintom models in the w – w' plane // Phys. Rev. D 2006. V. 74, P. 127304.
- [174] Aref'eva I. Y. and Koshelev A. S. Cosmic acceleration and crossing of w = -1 barrier in non-local Cubic Superstring Field Theory model // JHEP 2007. V. 0702, P. 041.
- [175] Cai Y. F., Li M. Z., Lu J. X., Piao Y. S., Qiu T. T. and Zhang X. M. "A String-Inspired Quintom Model Of Dark Energy" // Phys. Lett. B 2007. V. 651, P. 1.
- [176] Cline J. M., Jeon S. and Moore G. D. The phantom menaced: Constraints on low-energy effective ghosts // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 043543.
- [177] Piazza F. and Tsujikawa S. Dilatonic ghost condensate as dark energy // JCAP 2004. V. 0407, P. 004.
- [178] Buniy R. V. and Hsu S. D. H. Instabilities and the null energy condition // Phys. Lett. B 2006. V. 632, P. 543.
- [179] Dubovsky S., Gregoire T., Nicolis A. and Rattazzi R. Null energy condition and superluminal propagation // JHEP 2006. V. 0603, P. 025.
- [180] Uzan J. P. Cosmological scaling solutions of nonminimally coupled scalar fields // Phys. Rev. D 1999. V. 59, P. 123510.

- [181] Amendola L. Scaling solutions in general nonminimal coupling theories // Phys. Rev. D 1999. V. 60, P. 043501.
- [182] Chiba T. Quintessence, the gravitational constant, and gravity // Phys. Rev. D 1999. V. 60, P. 083508.
- [183] Bartolo N. and Pietroni M. Scalar-tensor gravity and quintessence // Phys. Rev. D 2000. V. 61, P. 023518.
- [184] Perrotta F., Baccigalupi C. and Matarrese S. Extended quintessence // Phys. Rev. D 2000. V. 61, P. 023507.
- [185] Riazuelo A. and Uzan J. P. Cosmological observations in scalar-tensor quintessence // Phys. Rev. D 2002. V. 66, P. 023525.
- [186] Torres D. F. Quintessence, superquintessence, and observable quantities in Brans-Dicke and nonminimally coupled theories // Phys. Rev. D 2002. V. 66, P. 043522.
- [187] Faraoni V. "Superquintessence" // Int. J. Mod. Phys. D 2002. V. 11, P. 471.
- [188] Perivolaropoulos L. Crossing the Phantom Divide Barrier with Scalar Tensor Theories // JCAP 2005. V. 0510, P. 001.
- [189] Luo M. X. and Su Q. P. Fitting non-minimally coupled scalar models to Gold SnIa dataset // Phys. Lett. B 2005. V. 626, P. 7.
- [190] Martin J., Schimd C. and Uzan J. P. Testing for w < -1 in the Solar System // Phys. Rev. Lett. 2006. V. 96, P. 061303.

- [191] Boisseau B., Esposito-Farese G., Polarski D. and Starobinsky A. A. Reconstruction of a Scalar-Tensor Theory of Gravity in an Accelerating Universe // Phys. Rev. Lett. 2000. V. 85, P. 2236.
- [192] Gannouji R., Polarski D., Ranquet A. and Starobinsky A. A. Scalar-Tensor Models of Normal and Phantom Dark Energy // JCAP 2006. V. 0609, P. 016.
- [193] Capozziello S., Cardone V. F., Carloni S. and Troisi A. Curvature Quintessence Matched with Observational Data // Int. J. Mod. Phys. D 2003. V. 12, P. 1969.
- [194] Carroll S. M., Duvvuri V., Trodden M. and Turner M. S. Is cosmic speedup due to new gravitational physics? // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 043528.
- [195] Nojiri S., Odintsov S. D. and Sasaki M. Gauss-Bonnet dark energy // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 123509.
- [196] Sami M., Toporensky A., Tretjakov P. V. and Tsujikawa S. The fate of (phantom) dark energy universe with string curvature corrections // Phys. Lett. B 2005. V. 619, P. 193.
- [197] Calcagni G., Tsujikawa S. and Sami M. Dark energy and cosmological solutions in second-order string gravity // Class. Quant. Grav. 2005. V. 22, P. 3977.
- [198] Carter B. M. N. and Neupane I. P. Towards inflation and dark energy cosmologies from modified Gauss-Bonnet theory // JCAP 2006. V. 0606, P. 004.

- [199] Silvestri A. and Trodden M. "Approaches to Understanding Cosmic Acceleration" // Rept. Prog. Phys. 2009. V. 72, P. 096901.
- [200] Felice A. De and Tsujikawa S. "f(R) theories" // Living Rev. Rel. 2010.V. 13, P. 3.
- [201] Esposito-Farese G. and Polarski D. "Scalar tensor gravity in an accelerating universe" // Phys. Rev. D 2001. V. 63, P. 063504.
- [202] Amendola L., Gannouji R., Polarski D. and Tsujikawa S. Conditions for the cosmological viability of f(R) dark energy models // Phys. Rev. D 2007. V. 75, P. 083504.
- [203] Amendola L., Polarski D. and Tsujikawa S. Are f(R) Dark Energy Models Cosmologically Viable? // Phys. Rev. Lett. 2007. V. 98, P. 131302.
- [204] Amendola L., Polarski D. and Tsujikawa Shinji. Power-Laws f(R) Theories are Cosmologically Unacceptable // Int. J. Mod. Phys. D 2007.
 V. 16, P. 1555.
- [205] Koivisto T. and Mota D. F. Cosmology and astrophysical constraints of Gauss Bonnet dark energy // Phys. Lett. B 2007. V. 644, P. 104.
- [206] Tsujikawa S. and Sami M. String-inspired cosmology: Late time transition from scaling matter era to dark energy universe caused by a Gauss-Bonnet coupling // JCAP 2007. V. 0701, P. 006.
- [207] Koivisto T. and Mota D. F. Gauss-Bonnet quintessence: Background evolution, large scale structure, and cosmological constraints // Phys. Rev. D 2007. V. 75, P. 023518.

- [208] Leith B. M. and Neupane I. P. "Gauss-Bonnet cosmologies: Crossing the phantom divide and the transition from matter dominance to dark energy" // JCAP 2007. V. 0705, P. 019.
- [209] Amendola L., Charmousis C. and Davis S. C. Constraints on Gauss-Bonnet Gravity in Dark Energy Cosmologies // JCAP 2006. V. 0612, P. 020.
- [210] De Felice A., Hindmarsh M. and Trodden M. Ghosts, Instabilities, and Superluminal Propagation in Modified Gravity Models // JCAP 2006. V. 0608, P. 005.
- [211] Calcagni G., De Carlos B. and De Felice A. Ghost conditions for Gauss Bonnet cosmologies // Nucl. Phys. B 2006. V. 752, P. 404.
- [212] Guo Z. K., Ohta N. and Tsujikawa S. Realizing scale-invariant density perturbations in low-energy effective string theory // Phys. Rev. D 2007. V. 75, P. 023520.
- [213] Faulkner T., Tegmark M., Bunn E. F. and Mao Y. "Constraining f(R)Gravity as a Scalar Tensor Theory" // Phys. Rev. D 2007. V. 76, P. 063505.
- [214] Amendola L. and Tsujikawa S. "Phantom crossing, equation-of-state singularities, and local gravity constraints in f(R) models" // Phys. Lett. B 2008. V. 660, P. 125.
- [215] Dvali G. R., Gabadadze G. and Porrati M. 4D gravity on a brane in 5D Minkowski space // Phys. Lett. B 2000. V. 485, P. 208.
- [216] Kofinas G., Maartens R. and Papantonopoulos E. Brane cosmology with curvature corrections // JHEP 2003. V. 0310, P. 066.

- [217] Sahni V. and Shtanov Y. Braneworld models of dark energy // JCAP 2003. V. 0311, P. 014.
- [218] Lue A. and Starkman G. D. How a brane cosmological constant can trick us into thinking that w < -1 // Phys. Rev. D 2004. V. 70, P. 101501.
- [219] Gorbunov D., Koyama K. and Sibiryakov S. More on ghosts in the Dvali-Gabadaze-Porrati model // Phys. Rev. D 2006. V. 73, P. 044016.
- [220] Arkani-Hamed N., Cheng H. -C., Luty M. A. and Mukohyama S. "Ghost condensation and a consistent infrared modification of gravity" // JHEP 2004. V. 0405, P. 074.
- [221] Senatore L. Tilted ghost inflation // Phys. Rev. D 2005. V. 71, P. 043512.
- [222] Creminelli P., Luty M. A., Nicolis A. and Senatore L. Starting the Universe: Stable Violation of the Null Energy Condition and Non-standard Cosmologies // JHEP 2006. V. 0612, P. 080.
- [223] Рубаков В. А. Фантом без нестабильностей в ультрафиолетовой области // Теор. мат. физ. 2006. Т. 149, С. 1651.
- [224] Libanov M., Rubakov V., Papantonopoulos E., Sami M. and Tsujikawa S. UV stable, Lorentz-violating dark energy with transient phantom era // JCAP 2007. V. 0708, P. 010.
- [225] Nicolis A., Rattazzi R. and Trincherini E. "The Galileon as a local modification of gravity" // Phys. Rev. D 2009. V. 79, P. 064036.
- [226] Deffayet C., Esposito-Farese G. and Vikman A. "Covariant Galileon" // Phys. Rev. D 2009. V. 79, P. 084003.

- [227] Deffayet C., Deser S. and Esposito-Farese G. "Generalized Galileons: All scalar models whose curved background extensions maintain second-order field equations and stress-tensors" // Phys. Rev. D 2009. V. 80, P. 064015.
- [228] Creminelli P., Nicolis A. and Trincherini E. "Galilean Genesis: An Alternative to inflation" // JCAP 2010. V. 1011, P. 021.
- [229] Gripaios B. M. Modified Gravity via Spontaneous Symmetry Breaking // JHEP 2004. V. 0410, P. 069.
- [230] Libanov M. V. and Rubakov V. A. More about spontaneous Lorentzviolation and infrared modification of gravity // JHEP 2005. V. 0508, P. 001.
- [231] Либанов М. В., Рубаков В. А., Сажина О. С. и Сажин М. В. "СМВанизотропия, индуцированная тахионными возмущениями тёмной энергии" // Ж. Эксп. Теор. Физ. 2009. Т. 108, С. 226.