

На правах рукописи

Сорокин Вячеслав Вадимович

**Уровни энергии мюонного дейтерия в квантовой
электродинамике**

01.04.02 —
«Теоретическая физика»

Автореферат
диссертации на соискание учёной степени
кандидата физико-математических наук

Самара — 2019

Работа выполнена в Федеральном государственном автономном образовательном учреждении высшего образования «Самарский национальный исследовательский университет имени академика С.П. Королева».

Научный руководитель: **Мартыненко Алексей Петрович**
доктор физико-математических наук, доцент, Самарский университет, кафедра общей и теретической физики, профессор

Официальные оппоненты: **Катаев Андрей Львович**, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт ядерных исследований Российской академии наук (ИЯИ РАН), отдел теоретической физики, ведущий научный сотрудник

Жуковский Владимир Чеславович, доктор физико-математических наук, Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова», физический факультет, кафедра теоретической физики, профессор

Ведущая организация: Объединенный институт ядерных исследований (ОИЯИ) г. Дубна

Защита состоится _____ в ____ часов на заседании диссертационного совета Д002.119.01 при Федеральном государственном бюджетном учреждении науки Институте ядерных исследований Российской академии наук по адресу: 117312 Москва, проспект 60-летия Октября, д. 7а.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИЯИ РАН и на сайте www.inr.ru.

Автореферат разослан _____.

Ученый секретарь
диссертационного совета Д002.119.01,
кандидат физ.-мат. наук

С.В. Демидов

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Изучение простейших водородоподобных (ВП) атомных систем играет важную роль в современной физике. Физические теории могут быть применены к таким системам без существенных приближений, а благодаря простой структуре энергетического спектра высока точность экспериментальных данных. Это делает такие системы идеальными объектами для экспериментальной проверки теоретических предсказаний и получения точных значений фундаментальных физических констант (постоянная тонкой структуры, массы лептонов, постоянная Ридберга, зарядовые радиусы ядер, радиусы Земаха).

Экспериментальное исследование энергетического спектра атома водорода привело к открытию лэмбовского сдвига. Это открытие послужило толчком к развитию современной релятивистской квантовой электродинамики (КЭД)¹ и теории связанных состояний. Относительная простота энергетического спектра ВП атомов позволила как выполнять точные спектроскопические эксперименты, так и вычислять различные теоретические вклады в тонкую и сверхтонкую структуру уровней ВП атомов с высокой точностью. Важно отметить, что большая часть теоретических вкладов в энергетическую структуру ВП атомов может быть получена в аналитическом виде. Современные исследования связанных состояний частиц позволяют осуществить проверку Стандартной модели с высокой точностью, проводить поиск эффектов Новой физики.

Уровни энергии простейших атомов могут быть исследованы с высокой степенью точности в рамках теории возмущений в квантовой электродинамике, ввиду малости константы взаимодействия. Интерес для изучения представляют конкретные переходы между энергетическими уровнями данных систем, доступные для экспериментального измерения. Данные переходы определяются различными КЭД эффектами, эффектами отдачи, структуры и поляризуемости ядра и, таким образом, содержат в себе информацию о параметрах ядра (зарядовый радиус, радиус Земаха), которые могут быть найдены с высокой точностью при сравнении теории и эксперимента.

На протяжении долгого времени основными ВП атомами, доступными экспериментальному исследованию, оставались электронные ВП атомы и ионы, а также атомы мюония и позитрония. Детальные теоретические предсказания и экспериментальные измерения для таких атомов позволили получить точные значения фундаментальных

¹ *Eides, M. I. Theory of light hydrogenlike atoms / M. I. Eides, H. Grotch, V. A. Sheluto // Phys. Rep. 2001. Vol. 342. P. 63–261.*

физических констант и выполнить проверку квантовой электродинамики и теории связанных состояний. С 2010 г. начался новый этап в изучении простейших двухчастичных атомов, который связан с мюонными ВП атомами и ионами. Мюон тяжелее электрона в $m_\mu/m_e = 206.7682838(54)$ раз, что приводит к уменьшению борковского радиуса мюона по сравнению с электроном и более сильному перекрытию волновой функцией области ядра. Это, в свою очередь, приводит к возрастанию роли КЭД эффектов, эффектов отдачи и структуры ядра в энергетическом спектре мюонных ВП атомов. Особенно важна большая чувствительность мюонных ВП атомов к эффектам структуры ядра, что делает их идеальными объектами для изучения свойств ядер и позволяет на порядок увеличить точность получения зарядовых радиусов ядер. Измерение тонкой и сверхтонкой структуры в атомах мюонного водорода, мюонного дейтерия и ионах мюонного гелия является крайне важной метрологической задачей и позволяет получить с точностью 0.0005 фм значения зарядовых радиусов протона, дейтрона, гелиона и α -частицы, а также получить прецизионные значения радиусов Земаха этих ядер, уточнить величину постоянной Ридберга и выполнить проверку квантовой электродинамики и теории связанных состояний с высокой точностью.

В последние годы, значительный теоретический интерес к тонкой и сверхтонкой структуре спектра энергии легких мюонных атомов (мюонного водорода, мюонного дейтерия, мюонного трития, ионов мюонного гелия, лития, бериллия, бора) обусловлен прогрессом экспериментальной коллаборации CREMA (Charge Radius Experiment with Muonic Atoms) в спектроскопии таких атомов². Эксперимент по спектроскопии атома мюонного водорода³, в котором были измерены частоты переходов $2S_{1/2}^{F=1} \rightarrow 2P_{3/2}^{F=2}$ и $2S_{1/2}^{F=0} \rightarrow 2P_{3/2}^{F=1}$, позволил получить величину лэмбовского сдвига и сверхтонкой структуры 2S-состояния. В результате было получено на порядок более точное значение зарядового радиуса протона $r_E = 0.84087(39)$ фм. Полученный зарядовый радиус протона отличается от значения CODATA на 7.0σ . Данное

²Muonic hydrogen and the proton radius puzzle / R. Pohl, R. Gilman, G. A. Miller, K. Pachucki // Annual Review of Nuclear and Particle Science. 2013. Vol. 63. P. 175–204; Laser spectroscopy of muonic atoms and ions / R. Pohl [et al.] // JPS Conf. Proc. 2017. Vol. 18. P. 011021; Illuminating the proton radius conundrum: the μHe^+ Lamb shift / A. Antognini [et al.] // Canadian Journal of Physics. 2011. Vol. 89. P. 47–57; Pohl, R. Laser spectroscopy of muonic hydrogen and the puzzling proton / R. Pohl // Journal of the Physical Society of Japan. 2016. Vol. 85. P. 091003.

³The size of the proton / R. Pohl [et al.] // Nature. 2010. Vol. 466. P. 213–218; Proton structure from the measurement of 2S-2P transition frequencies of muonic hydrogen / A. Antognini [et al.] // Science. 2013. Vol. 339. P. 417–420.

расхождение, которое так и не получило теоретического или экспериментального объяснения, было названо «загадкой радиуса протона». Методом лазерной спектроскопии была измерена тонкая и сверхтонкая структура атома мюонного дейтерия⁴. В результате было получено новое значение зарядового радиуса дейтрона, на 7.5σ отличающееся от значения CODATA. Таким образом, новый эксперимент только укрепил «загадку радиуса протона». Эксперименты с мюонным водородом и мюонным дейтерием дают новые уточненные значения и для радиусов Земаха протона и дейтрона, а также для постоянной Ридберга. Коллаборацией CREMA были также выполнены измерения различных частот переходов в ионах мюонного гелия. Данные по этим экспериментам находятся в стадии обработки.

Эксперименты коллаборации CREMA с легкими мюонными атомами, призванные на порядок улучшить точность зарядовых радиусов протона, дейтрона, гелиона и α -частицы, требуют прецизионных теоретических расчетов различных интервалов тонкой и сверхтонкой структуры спектра энергии мюонных атомов. Теоретические расчеты основных вкладов в энергетические интервалы $(2P_{3/2} - 2S_{1/2})$, $(2P_{1/2} - 2S_{1/2})$ спектра мюонного водорода были выполнены много лет назад в работах⁵ на основе уравнения Дирака и нерелятивистского уравнения Шредингера. Несмотря на высокую точность теоретических расчетов энергии мюонных ВП атомов, теоретическая ошибка все еще остается сравнительно большой и превосходит ошибку эксперимента. Это связано с поправками на структуру и поляризуемость ядра к лэмбовскому сдвигу и сверхтонкой структуре. Увеличения точности вычисления таких поправок можно достичь за счет новых экспериментальных исследований структуры и поляризуемости протона, дейтрона и других ядер, так как это позволит уточнить их электромагнитные формфакторы, входящие в интегральные выражения для поправок.

Атом мюонного дейтерия (μd) представляет собой связанное состояние отрицательного мюона и дейтрона. Его время жизни связано с временем распада мюона $\tau_\mu = 2.19703(4) \cdot 10^{-6}$ с. Большая масса мюона по сравнению с электроном приводит к росту трех важных эффектов в спектре энергии атома мюонного дейтерия: электронной поляризации вакуума, структуры ядра и отдачи. Первый из вышеупомянутых эффектов важен для мюонного дейтерия, так как отношение

⁴Laser spectroscopy of muonic deuterium / R. Pohl [et al.] // Science. 2016. Vol. 353. P. 669–673.

⁵Borie, E. Lamb shift in light muonic atoms — Revisited / E. Borie // Ann. Phys. 2012. Vol. 327. P. 733–763; Borie, E. Improved calculation of the muonic-helium Lamb shift / E. Borie, G. A. Rinker // Phys. Rev. A. 1978. Vol. 18. P. 324–327; Pachucki, K. Theory of the Lamb shift in muonic hydrogen / K. Pachucki // Phys. Rev. A. 1996. Vol. 53. P. 2092–2100.

комптоновской длины волны электрона к радиусу боровской орбиты в атоме мюонного дейтерия $\mu Z\alpha/m_e \approx 0.7$, то есть близко к единице. Эффект структуры дейтрона возрастает по сравнению с электронными атомами, из-за большего перекрытия волновой функцией мюона области распределения заряда ядра. Рост эффектов отдачи связан с тем, что отношение масс мюона и ядра $m_\mu/m_d \approx 0.056$ превосходит значение постоянной тонкой структуры $\alpha^{-1} = 137.035999074(44)$.

Целью работы является прецизионный аналитический и численный расчет тонкой и сверхтонкой структуры спектра мюонного дейтерия в рамках квазипотенциального подхода в квантовой электродинамике. Были вычислены поправки порядка α^5 и α^6 для S- и P-состояний на поляризацию вакуума, структуру ядра и отдачу, квадратное взаимодействие, радиационные поправки в первом, втором и третьем порядках теории возмущений. В соответствии с поставленной целью были выделены следующие **задачи**:

1. Провести расчет сверхтонкой структуры S-состояний в мюонном дейтерии с учетом поправок пятого и шестого порядка по постоянной тонкой структуре;
2. Провести расчет сверхтонкой структуры P-состояний в мюонном дейтерии с учетом поправок пятого и шестого порядка по постоянной тонкой структуре;
3. Выполнить расчет радиационных поправок в лептонную линию с учетом структуры ядра к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре S-состояний;
4. Выполнить расчет радиационных поправок в лептонную линию с учетом структуры ядра к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в лэмбовском сдвиге;
5. Провести расчет уровней энергии мезомолекул водорода в рамках стохастического вариационного метода, включая сверхтонкое расщепление, с учетом поправок на поляризацию вакуума, структуру ядра и релятивизм.

Научная новизна:

1. На основе квазипотенциального метода в квантовой электродинамике были рассчитаны различные поправки порядка α^5 и α^6 к сверхтонкой структуре S-состояний атома мюонного дейтерия, включая радиационные поправки в лептонную линию со структурой ядра без отдачи и с отдачей к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$. Точность расчета сверхтонкой структуры S-состояний мюонного дейтерия была увеличена на порядок по сравнению с предыдущими расчетами. Впервые вычислены поправки на двухпетлевую поляризацию вакуума во

- втором порядке теории возмущений, поправка на поляризацию вакуума в третьем порядке теории возмущений и поправки на конечный размер ядра в однофотонном взаимодействии в первом и втором порядках теории возмущений.
2. Проведен расчет новых поправок на поляризацию вакуума в сверхтонкой структуре P-состояний, что позволило значительно увеличить точность расчета сверхтонкой структуры 2P-состояния мюонного дейтерия. Двухпетлевые поправки на поляризацию вакуума в первом и втором порядках теории возмущений, а также поправка на поляризацию вакуума в третьем порядке теории возмущений были вычислены впервые для сверхтонкой структуры P-состояний. Впервые вычислена поправка на поляризацию вакуума в квадрупольном взаимодействии.
 3. Впервые вычислены радиационные поправки в лептонную линию со структурой ядра без отдачи к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в лэмбовском сдвиге. Для построения квазипотенциала по амплитуде взаимодействия был использован метод проекционных операторов, что позволило получить конечные интегральные выражения для каждой из поправок в отдельности.
 4. В рамках стохастического вариационного метода проведен новый расчет энергии основного состояния мезомолекул водорода, включая сверхтонкую структуру спектра, в котором учтены релятивистские эффекты, эффекты поляризации вакуума и структуры ядра.

Практическая значимость работы связана с экспериментальными исследованиями коллаборации CREMA. Полученные теоретические результаты для тонкой и сверхтонкой структуры спектра энергии атома мюонного дейтерия использовались коллаборацией CREMA для анализа экспериментальных данных по частотам перехода.

Основные положения, выносимые на защиту:

1. Выполнен расчет поправок пятого и шестого порядка по постоянной тонкой структуры на поляризацию вакуума, структуру и отдачу ядра, релятивизм, сложные комбинированные поправки, включающие перечисленные, радиационные поправки в мюонную линию с учетом структуры ядра без отдачи и с отдачей к двухфотонным обменным амплитудам в сверхтонкой структуре спектра S-состояний мюонного дейтерия. Получены наиболее точные значения сверхтонких расщеплений S-состояний.

2. Проведен расчет поправок пятого и шестого порядка по постоянной тонкой структуры на поляризацию вакуума, структуру и отдачу ядра, релятивизм, сложные комбинированные поправки, включающие перечисленные в сверхтонкой структуре спектра Р-состояний мюонного дейтерия. Получены наиболее точные значения сверхтонких расщеплений Р-состояний.
3. Вычислены радиационные поправки в мюонную линию с учетом структуры ядра без отдачи к двухфотонным обменным амплитудам в лэмбовском сдвиге мюонного дейтерия.
4. Проведен расчет энергии основного состояния мезомолекул водорода с учетом сверхтонкой структуры спектра энергии в рамках стохастического вариационного метода. Вычислены релятивистские поправки, поправки на поляризацию вакуума и структуру ядра.

Достоверность обеспечивается использованием строгих математических методов и хорошим согласием с результатами расчета отдельных поправок, полученных в других работах. Полученные результаты базируются на использовании квазипотенциального метода, который успешно применяется при описании связанных состояний в квантовой электродинамике. Рассчитанная в данной работе величина сверхтонкой структуры $2S$ -состояния мюонного дейтерия согласуется с экспериментальными результатами коллаборации CREMA.

Апробация работы. Основные результаты работы были представлены на многочисленных конференциях Самарского университета и семинарах кафедры общей и теоретической физики, а также докладывались на следующих всероссийских и международных конференциях: III и IV международная конференция «Математическая физика и ее приложения», г. Самара, 27 августа — 1 сентября 2012 г. и 25 августа — 1 сентября 2014 г.; 55-я всероссийская молодежная научная конференция МФТИ «Современные проблемы фундаментальных и прикладных наук», г. Долгопрудный, МФТИ, 19 — 25 ноября 2012 г.; XVIII международная научная конференция объединения молодых ученых и специалистов ОИЯИ (ОМУС), г. Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 24 — 28 февраля 2014 г.; Международная сессия — конференция секции ядерной физики ОФН РАН, г. Москва, НИЯУ МИФИ, 17 — 21 ноября 2014 г.; Всероссийское совещание по прецизионной физике и фундаментальным физическим константам ФФК-2014, г. Дубна, ОИЯИ, 1 — 5 декабря 2014 г.; Международная сессия — конференция секции ядерной физики ОФН РАН посвященная 60-летию ОИЯИ, г. Дубна, ЛТФ ОИЯИ, 12 — 15 апреля 2016 г.; XXV Съезд по спектроскопии, г. Троицк Москва, ИСАН, 3 — 7 октября 2016 г.; Международная сессия-конференция Секции ядерной физики ОФН РАН «Физика фундаментальных

взаимодействий», г. Нальчик, Кабардино-Балкарский государственный университет, 6 — 8 июня 2017 г.; XV и XVI Всероссийский молодежный самарский конкурс — конференция научных работ по оптике и лазерной физике, г. Самара, ФИАН, 14 — 18 ноября 2017 г. и 13 — 17 ноября 2018 г.; Международный Семинар по электромагнитным взаимодействиям ядер (EMIN), г. Москва, ИЯИ РАН, 08 — 11 октября 2018 г.; IV Международная конференция по физике частиц и астрофизике, г. Москва, МИФИ, 22 — 26 октября 2018 г.; V Международная конференция и молодежная школа «Информационные технологии и нанотехнологии» (ИТНТ-2019), Самара, Самарский университет 21 — 24 мая 2019 г.

Личный вклад. Содержание диссертации и основные положения, выносимые на защиту, отражают персональный вклад автора в опубликованные работы. Подготовка к публикации полученных результатов проводилась совместно с соавторами. Все новые результаты по расчету уровней энергии мюонного дейтерия, представленные в диссертации, получены лично автором или в неразделимом соавторстве. Диссертант лично представил доклады на перечисленных выше научных конференциях.

Публикации. Основные результаты по теме диссертации изложены в **23** печатных изданиях, **8** из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК, **15** — в тезисах докладов.

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и трех приложений. Полный объем диссертации 144 страницы текста с 18 рисунками и 7 таблицами. Список литературы содержит 151 наименование.

Содержание работы

Во **введении** обосновывается актуальность исследований, которые были выполнены в рамках данной диссертационной работы, проводится обзор актуальной литературы по теме исследований и современных экспериментальных результатов, формулируется цель работы, ставятся задачи, излагается научная новизна и практическая значимость представляемой работы.

Первая глава посвящена изложению основ квазипотенциального подхода в КЭД, обзору основных экспериментальных результатов по спектроскопии легких мюонных атомов, расчету сверхтонкой структуры S-состояний атома мюонного дейтерия и сверхтонкой структуры основного состояния мезомолекулярных ионов водорода.

В параграфе 1.1 изложены основы квазипотенциального подхода в КЭД, выписан явный вид квазипотенциального уравнения Логунова

— Тавхелидзе, на примере квазипотенциала однофотонного взаимодействия показан принцип построения квазипотенциала в КЭД, получено выражения для гамильтониана Брейта.

В параграфе 1.2 представлен обзор актуальных экспериментальных результатов по спектроскопии легких мюонных атомов. Кратко представлены результаты основных экспериментов коллаборации CREMA с атомами мюонного водорода и дейтерия, обозначена проблема расхождения зарядовых радиусов ядер в электронных и мюонных ВП атомах, получившая название «загадка радиуса протона». На примере эксперимента по спектроскопии атома мюонного водорода описан метод измерений и способ получения величины зарядового радиуса из экспериментальных данных, показана важность точных теоретических предсказаний спектра энергии мюонных атомов.

В параграфе 1.3 представлен расчет поправок на поляризацию вакуума в сверхтонкой структуре S-состояний атома мюонного дейтерия. Вначале вычислен основной вклад в сверхтонкую структуру порядка α^4 и поправка на аномальный магнитный момент мюона. Далее представлено вычисление поправки на однопетлевую электронную поляризацию вакуума порядка α^5 . Потенциал, соответствующий данной поправке был получен при помощи замены в фотонном пропагаторе в импульсном представлении с последующим обратным преобразованием Фурье в координатное представление. Также были учтены и однопетлевые и двухпетлевые поправки на электронную поляризацию вакуума в однофотонном взаимодействии порядка α^5 и α^6 , а также поправка на однопетлевую мюонную поляризацию вакуума. Однопетлевые и двухпетлевые поправки на поляризацию вакуума также вычисляются во втором и третьем порядках теории возмущений. При вычислении поправок во втором и третьем порядках теории возмущений были использованы явные выражения для редуцированной кулоновской функции Грина 1S- и 2S-состояний.

В параграфе 1.4 рассматривается еще один важный класс поправок к сверхтонкой структуре S-состояний легких мюонных атомов — поправки на структуру ядра и отдачу. Вычислен основной вклад эффектов структуры ядра и отдачи порядка $(Z\alpha)^5$, который определяется двухфотонными обменными диаграммами. Вершина взаимодействия дейтрона и фотона описывается тремя формфакторами. При вычислении была использована техника проекционных операторов на состояния мюон — дейтронной пары с суммарным спином 1/2 и 3/2. Обменные фотоны были выбраны в кулоновской калибровке. В результате было получено интегральное выражение для поправки на структуру ядра и отдачу. Численный расчет проводился с использованием современной параметризации формфакторов дейтрона. Также

Таблица 1 — Сверхтонкая структура S-состояний мюонного дейтерия

Вклад	1S, мэВ	2S, мэВ
Энергия Ферми, α^4	49.0875	6.1359
АММ мюона	0.0572	0.0072
Релятивистская поправка порядка α^6	0.0039	0.0007
Поляризация вакуума порядка α^5	0.3095	0.0341
Поляризация вакуума порядка α^6	0.0048	0.0005
Поляризация вакуума порядка α^6 в 3-м порядке ТВ	0.0005	0.00004
Поправка на структуру ядра, α^5	$-0.9305 \pm$ ± 0.0090	$-0.1163 \pm$ ± 0.0010
Поправка на структуру ядра и ПВ, α^6	$0.0152 \pm$ ± 0.0001	$0.0019 \pm$ ± 0.00001
Поправка на структуру ядра и мюонную ПВ, α^6	0.0015	0.0002
Адронная поляризация вакуума порядка α^6	0.0018	0.0002
Поправка на структуру ядра порядка α^6 в 1γ	0.0082	0.0008
Поправка на структуру ядра во втором порядке ТВ	-0.0555	-0.0069
Радиационная поправка к двухфотонным амплитудам, α^6	-0.0039	-0.0005
Вклад поляризуемости дейтрона порядка α^5	$1.6972 \pm$ ± 0.0340	$0.2121 \pm$ ± 0.0042
Внутренняя поляризуемость дейтрона порядка α^5	$0.0840 \pm$ ± 0.0210	$0.0105 \pm$ ± 0.0025
Вклад слабого взаимодействия	0	0
Суммарный вклад	$50.2814 \pm$ ± 0.0410	$6.2804 \pm$ ± 0.0050

были вычислены поправки на структуру ядра в однофотонном взаимодействии в первом и втором порядках теории возмущений. Эти поправки имеют порядок α^6 .

Параграф 1.5 посвящен исследованию сверхтонкой структуры основного состояния мезомолекулярных ионов водорода. На основе стохастического вариационного метода в квантовой механике с гауссовыми базисными функциями были получены аналитические выражения для матричных элементов кинетической энергии, потенциальной энергии, сверхтонкого взаимодействия и поправок на поляризацию вакуума, релятивизм и структуру ядра. Основываясь на программе из работы⁶ на языке Fortran, была написана программа численного расчета уровней энергии мезомолекулярных ионов на языке MATLAB. При помощи данной программы было получено значение энергии основного состояния мезомолекулярных ионов $pd\mu$, $tp\mu$, $td\mu$, сверхтонкое расщепление основного состояния, релятивистские поправки, поправка на однопетлевую поляризацию вакуума и структуру ядра.

Экспериментальное значение сверхтонкой структуры 2S-состояния мюонного дейтерия $\Delta E_{HFS}^{exp} = 6.2747(70)_{\text{стат.}}(20)_{\text{сист.}}$ мэВ⁷ хорошо согласуется с нашим значением $\Delta E_{HFS}^{theor} = 6.2804 \pm 0.0050$ мэВ. Выполненные нами расчеты сверхтонкой структуры атома мюонного дейтерия были использованы коллаборацией CREMA при анализе экспериментальных данных⁸.

Вторая глава посвящена исследованию сверхтонкой структуры P-состояний атома мюонного дейтерия.

В параграфе 2.1 представлен расчет эффектов поляризации вакуума в сверхтонкой структуре 2P-состояния атома мюонного дейтерия. Сверхтонкая часть гамильтониана Брейта в случае P-состояний не коммутирует с оператором полного момента импульса мюона $\mathbf{J} = \mathbf{L} + \mathbf{s}_1$, что приводит к смешиванию уровней и необходимости вычисления недиагональных матричных элементов. Были вычислены диагональные и недиагональные матричные элементы для основного вклада в сверхтонкую структуру порядка α^4 . Были рассчитаны вклады однопетлевой электронной поляризации вакуума в однофотонном взаимодействии в первом, втором и третьем порядках теории возмущений.

⁶Varga, K. Solution of few — body problems with the stochastic variational method I. Central forces with zero orbital momentum / K. Varga, Y. Suzuki // Computer Physics Communications. 1997. Vol. 106. P. 157—168.

⁷Laser spectroscopy of muonic deuterium / R. Pohl [et al.] // Science. 2016. Vol. 353. P. 669—673.

⁸Theory of the n=2 levels in muonic deuterium / J. J. Krauth [et al.] // Annals of Physics. 2016. Vol. 366. P. 168—196.

Для расчетов во втором и третьем порядках теории возмущений использовалось явное выражение для редуцированной кулоновской функции Грина $2P$ -состояния. Также были учтены поправки на двухпетлевую электронную поляризацию вакуума в первом и втором порядках теории возмущений, а также поправка на однопетлевую мюонную поляризацию вакуума.

Таблица 2 — Диагональные матричные элементы сверхтонкой структуры $2P$ -состояния атома мюонного дейтерия. Сокращение рел. обозначает релятивистские поправки, ПВ — поправки на поляризацию вакуума, квад. — поправки на квадрупольное взаимодействие, ВПТВ — второй порядок теории возмущений

Вклад	$2P_{1/2}^2$, мкэВ	$2P_{1/2}^4$, мкэВ	$2P_{3/2}^2$, мкэВ	$2P_{3/2}^4$, мкэВ	$2P_{3/2}^6$, мкэВ
α^4	-1380.3359	690.1679	8162.2889	8583.2316	9284.8027
рел. α^6	-0.1676	0.0838	-0.0125	-0.0050	0.0075
ПВ α^5	-1.0706	0.5353	-0.2802	-0.1121	0.1681
ПВ α^6	-0.0011	0.0005	-0.0014	-0.0006	0.0008
квад. α^4	0	0	434.2329	-347.3863	86.8466
квад. ПВ α^5	0	0	0.2438	-0.1950	0.0488
квад. ПВ ВПТВ α^5	0	0	0.1122	-0.0898	0.0224
Суммарный вклад	-1381.5752	690.7876	8596.5838	8235.4428	9371.8969

Таблица 3 — Недиagonальные матричные элементы сверхтонкой структуры $2P$ -состояния мюонного дейтерия. В таблице использованы те же сокращения, что и в таблице 2

Вклад	$2P_{1/2}^2$, мкэВ	$2P_{1/2}^4$, мкэВ
α^4	-126.0372	-199.2824
рел. α^6	-0.0043	-0.0067
ПВ α^5	-0.1437	-0.2271
ПВ α^6	0.00005	0.0001
квад. α^4	614.0980	-194.1948
квад. ПВ α^5	0.3447	-0.1090
квад. ПВ ВПТВ α^5	0.1587	-0.0502
Суммарный вклад	488.4164	-393.8702

Таблица 4 — Сверхтонкая структура 2P-состояния мюонного дейтерия, итоговые значения

Состояние	Энергия, мэВ
$2^2P_{1/2}$	-1.4054
$4^2P_{1/2}$	0.6703
$2^2P_{3/2}$	8.6204
$4^2P_{3/2}$	8.2559
$6^2P_{3/2}$	9.3719

В параграфе 2.2 вычисляется вклад квадрупольного взаимодействия в сверхтонкую структуру P-уровней мюонного дейтерия. Данный вклад, как и вклад сверхтонкой части потенциала Брейта, имеет порядок α^4 и, таким образом, является крайне важным при рассмотрении сверхтонкой структуры P-состояний атома мюонного дейтерия. На основе формализма неприводимых тензорных операторов было получено аналитическое выражение для вклада квадрупольного взаимодействия в сверхтонкую структуру P-состояний. Были получены конкретные численные значения для диагональных и недиагональных матричных элементов для 2P-состояния.

В параграфе 2.3 описан расчет поправок на поляризацию вакуума в квадрупольном взаимодействии в сверхтонкой структуре P-уровней мюонного дейтерия. Было получено выражение для поправки на квадрупольное взаимодействие с учетом однопетлевой электронной поляризации вакуума. Такая поправка имеет порядок α^5 . При помощи формализма неприводимых тензорных операторов удалось получить удобное аналитическое выражение для поправки на однопетлевую поляризацию вакуума в квадрупольном взаимодействии в случае диагональных и недиагональных матричных элементов. Интегрирование по координатам и спектральному параметру было выполнено аналитически. Также нами была учтена поправка на поляризацию вакуума и квадрупольное взаимодействие во втором порядке теории возмущений.

Третья глава посвящена вычислению радиационных поправок в лептонную линию к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре и лэмбовском сдвиге атома мюонного дейтерия.

В параграфе 3.1 рассмотрены радиационные поправки в лептонную линию к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре атома мюонного дейтерия без учета отдачи. Для радиационных фотонов была выбрана калибровка Фрида — Йенни. Удобство калибровки Фрида — Йенни состоит в том, что она позволяет получить компактные перенормированные инфракрасно —

конечные интегральные выражения для массового оператора мюона, вершинного оператора и лептонного тензора, представляющего диаграмму с охватывающим фотоном. Для построения квазипотенциала были использованы проекционные операторы. В результате были получены интегральные выражения для каждой из поправок. В случае точечного ядра интегрирование может быть выполнено аналитически. В результате были получены также и аналитические выражения для радиационных поправок в приближении точечного ядра. Суммарное аналитическое выражение в приближении точечного ядра совпадает с результатами других работ.

Таблица 5 — Радиационные поправки без учета отдачи к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре S-состояний атома мюонного дейтерия. Сокращение СЭ обозначает поправку на собственную энергию, ВП — вершинную поправку, ОФ. — поправку к охватывающим фотоном

Тип поправки	СЭ, мэВ	ВП, мэВ	ОФ, мэВ	Сумм. попр., мэВ
Точечное ядро, аналитическое выражение	$E_F \times$ $\times \alpha(Z\alpha)^{\frac{3}{2}}$	$-E_F \alpha(Z\alpha) \times$ $\times (3 \ln 2 + \frac{9}{4})$	$E_F \alpha(Z\alpha) \times$ $\times (4 \ln 2 - \frac{5}{2})$	$E_F \alpha(Z\alpha) \times$ $\times (\ln 2 - \frac{13}{4})$
Точечное ядро	0.0039	-0.0113	0.0007	-0.0067
Неточ. ядро	0.0014	-0.0042	-0.0011	-0.0039

В параграфе 3.2 представлен расчет радиационных поправок к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в лэмбовском сдвиге атома мюонного дейтерия. Аналогично предыдущим расчетам были использованы проекционные операторы и калибровка Фрида — Йенни для радиационных фотонов. В связи с высокой сложностью расчета мы пренебрегаем эффектами отдачи ядра. В результате были получены интегральные выражения для поправок. При численном расчете используется современная параметризация формфакторов дейтрона.

Параграф 3.3 содержит расчет радиационных поправок в лептонную линию к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре мюонного дейтерия с учетом эффектов отдачи. В отличие от расчетов, выполненных в параграфе 3.1, мы не пренебрегаем членами, связанными с отдачей. В результате интегрирование по петлевому импульсу усложняется. Для интегрирования по петлевому импульсу нами был использован поворот Вика. В результате, в евклидовом четырехмерном импульсном пространстве, после перехода к гиперсферическим координатам, конечный результат был

Таблица 6 — Радиационные поправки без учета отдачи к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в лэмбовском сдвиге S-состояний атома мюонного дейтерия. Сокращение СЭ обозначает поправку на собственную энергию, ВП — вершинную поправку, ОФ — поправку с охватывающим фотоном, МПВ — поправку на мюонную поляризацию вакуума

Тип поправки	СЭ, мэВ	ВП, мэВ	ОФ, мэВ	МПВ, мэВ	Сумм. попр., мэВ
Разложение формфактора по степеням k^2 , аналитическое выражение	$\frac{1}{2}$	$-(\frac{8}{3} \ln 2 + 2)$	$(\frac{16}{3} \ln 2 - \frac{7}{3})$	$\frac{1}{2}$	$(\frac{8}{3} \ln 2 - \frac{23}{6} + \frac{1}{2})$
Разложение	0.0088	-0.0675	0.0239	0.0088	-0.0260
Неточечное ядро	0.0037	-0.0321	0.0087	0.0023	-0.0174

представлен в виде интеграла по петлевому импульсу и фейнмановским параметрам.

В **заключении** приведены основные результаты работы, которые заключаются в следующем:

1. В сверхтонкой структуре S-состояний мюонного дейтерия вычислены поправки порядка α^5 и α^6 . Мы учитываем однопетлевую и двухпетлевую электронную поляризацию вакуума и однопетлевую мюонную поляризацию вакуума в первом, втором и третьем порядках теории возмущений. Учтены также поправки на структуру ядра к двухфотонным обменным диаграммам с учетом отдачи и поправки на структуру ядра в однофотонном взаимодействии в первом и втором порядках теории возмущений. В отличие от более ранних исследований энергетического спектра мюонного дейтерия в наших вычислениях мы используем трехмерный квазипотенциальный метод. Численные значения рассчитанных нами поправок представлены в таблице 1.
2. В сверхтонкой структуре P-состояний мюонного дейтерия вычислены поправки на поляризацию вакуума и квадрупольное взаимодействие. Поправки на электронную и мюонную поляризацию вакуума порядка α^5 и α^6 представлены в виде суммы поправок соответствующего порядка в первом, втором и третьем порядках теории возмущений. Впервые была вычислена поправка на поляризацию вакуума в квадрупольном взаимодействии. Учтено большое число новых поправок, по

- сравнению с предыдущими вычислениями сверхтонкой структуры 2P-состояния мюонного дейтерия. Результаты расчета поправок представлены в таблицах 2, 3 и 4.
3. Были рассчитаны радиационные поправки к двухфотонным обменным амплитудам порядка $\alpha(Z\alpha)^5$ в сверхтонкой структуре и лэмбовском сдвиге атома мюонного дейтерия с учетом структуры ядра. При вычислении поправок на структуру ядра мы используем технику проекционных операторов, что позволяет сразу перейти к применению различных систем аналитических вычислений. Для радиационных фотонов была выбрана калибровка Фрида — Йенни, что позволило получить конечные интегральные выражения для отдельных поправок. При численном расчете используется современная параметризация формфакторов дейтрона. Численные значения поправок представлены в таблицах 5 и 6.
 4. Исследована сверхтонкая структура основного состояния мезомолекулярных ионов водорода на основе стохастического вариационного метода. Базисные функции выбраны в гауссовой форме, что позволило получить аналитические выражения для матричных элементов гамильтониана. Для численного расчета с использованием стохастического вариационного метода была написана программа на языке MATLAB. Получены численные результаты для энергии основного состояния, сверхтонкой структуры, поправок на поляризацию вакуума, релятивизм и структуру ядра мезомолекулярных ионов $pd\mu$, $tp\mu$, $td\mu$.

Наиболее значимые публикации автора по теме диссертации

1. Radiative nonrecoil nuclear finite size corrections of order $\alpha(Z\alpha)^5$ to the hyperfine splitting of S-states in muonic hydrogen / R. N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin // Physics Letters B. — 2014. — Vol. 733. — P. 354–358.
2. Hyperfine structure of S states in muonic deuterium / R. N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin // Physical Review A. — 2014. — Vol. 90. — P. 012520.
3. Hyperfine structure of P states in muonic deuterium / R. N. Faustov, A. P. Martynenko, G. A. Martynenko, V. V. Sorokin // Physical Review A. — 2015. — Vol. 92. — P. 052512.

4. Nuclear radiative recoil corrections to the hyperfine structure of S-states in muonic hydrogen / R. N. Faustov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, V. V. Sorokin // *Physics of Particles and Nuclei*. — 2017. — Vol. 48. — P. 819–821.
5. Radiative nonrecoil nuclear finite size corrections of order $\alpha(Z\alpha)^5$ to the Lamb shift in light muonic atoms / R. N. Faustov, A. P. Martynenko, F. A. Martynenko, V. V. Sorokin // *Physics Letters B*. — 2017. — Vol. 775. — P. 79–83.
6. *Martynenko, A. P.* Vacuum polarization and quadrupole corrections to the hyperfine splitting of P-states in muonic deuterium / A. P. Martynenko, V. V. Sorokin // *Journal of Physics B*. — 2017. — Vol. 50. — P. 045001.
7. Сверхтонкая структура S- и P-состояний мюонного дейтерия / А. П. Мартыненко, Г. А. Мартыненко, В. В. Сорокин, Р. Н. Фаустов // *Ядерная физика*. — 2016. — Т. 79. — С. 143.
8. Сверхтонкая структура S-состояний мюонного дейтерия / А. П. Мартыненко, Г. А. Мартыненко, В. В. Сорокин, Р. Н. Фаустов // *Вестник Самарского государственного технического университета. Сер. Физ.-мат. науки*. — 2015. — Т. 19. — С. 474–488.
9. Bound states of $dt\mu$, $pd\mu$ and $tr\mu$ mesomolecules / A. V. Eskin, V. I. Korobov, A. P. Martynenko, V. V. Sorokin // *EPJ Web Conf.* — 2019. — Vol. 204. — P. 05006.
10. *Мартыненко, А. П.* Тонкое и сверхтонкое расщепление P-уровней энергии мюонного водорода / А. П. Мартыненко, В. В. Сорокин // XV Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, 14–18 ноября 2017 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2017. — С. 189–195.
11. Вращательные и колебательные спектры мезомолекул $pd\mu$, $pt\mu$, $dt\mu$ / В. И. Коробов, А. П. Мартыненко, В. В. Сорокин, А. В. Эскин // XVI Всероссийский молодежный Самарский конкурс-конференция научных работ по оптике и лазерной физике: сборник трудов конференции, (Самара, 13–17 ноября 2018 г.) — М. : ФИАН им. П.Н. Лебедева, 2018. — С. 189–196.

Сорокин Вячеслав Владимович

Уровни энергии мюонного дейтерия в квантовой электродинамике

Автореф. дис. на соискание ученой степени канд. физ.-мат. наук

Подписано в печать _____.____._____. Заказ № _____

Формат 60×90/16. Усл. печ. л. 1. Тираж 100 экз.

Типография _____